

EKOIST Journal of Econometrics and Statistics

Araştırma Makalesi | Research Article

 Açık Erişim | Open Access

Gelir Yakınsama Hipotezinin Yeni Uzamsal Ağırlık Matrisleri Altında Test Edilmesi: Avrupa Örneği

Testing the Income Convergence Hypothesis Under New Spatial Weight Matrices: A European Example



Sinan Yıldırım¹  & Zehra Abdioğlu² 

¹ Karadeniz Technical University, Institute of Social Sciences, Trabzon, Türkiye

² Karadeniz Technical University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Department of Econometrics, Trabzon, Türkiye

Öz

Bu çalışma, Avrupa’da gelir yakınsamasını incelemek amacıyla uzamsal ekonometrik yöntemlere yenilikçi yaklaşımlar önermektedir. Çalışmanın temel hedefi, komşuluk ilişkilerine dayanarak oluşturulan uzamsal ağırlık matrisini her komşunun etkisinin aynı olmaması durumuna göre şekillendirerek tahminlerde daha uygun sonuçlara ulaşabilmektir. Çalışmada önerilen uzamsal ağırlık matrisleri kullanılarak “yakınsama hipotezi” çerçevesinde Avrupa ülkeleri için 2000-2021 dönemi itibarıyla uygulama yapılmıştır. Uygulamada “vezir”, “eşik”, “iki eşikli” ve “komşu yönünden asimimetrik” ağırlık matrisleriyle kurulan “sabit etkili” ve “tesadüfi etkili” panel veri modelleri ile “uzamsal gecikme modeli”, “uzamsal hata modeli”, “uzamsal Durbin modeli” ve “genel uzamsal model” kullanılmıştır. Modellerin çoğunda “komşu” ağırlık matrisi ile oluşturulan modellerin en iyi performansa sahip olduğu görülmektedir. Bu matris ile yapılan çözümlemeye göre, Avrupa’da gelir ıraksaması mevcuttur. Gelir ıraksamasının bulunması, Avrupa’da gelişmekte olan ülkelerin gelişmiş ülkeleri yakalamasından ziyade, aralarındaki ekonomik gelişmişlik farkının giderek açıldığını göstermektedir. Başlangıç anında düşük gelire sahip olan ülkeler, zamanla başlangıç anında yüksek gelire sahip olan ülkelere yakınsamamış, aksine onlardan daha düşük bir büyüme gerçekleştirmişlerdir. Bu durum, Avrupa’da var olan eşitsizlik durumunun devam ettiği veya daha kötü bir duruma geldiğini göstermektedir. Politika yapıcılar için yerel ekonomik koşulların ve sosyal yapıların dikkate alınması, gelir eşitsizliklerini azaltmaya yönelik stratejilerin geliştirilmesinde kritik bir unsur olarak öne çıkmaktadır. Bu çalışmada herhangi bir birimin kendi değerinden daha yüksek ya da daha düşük değerli komşu gözlem değerlerinin uzamsal etkisinin diğer komşu birimlerden daha farklı olabileceği gösterilmiştir. Bu sebeple, daha yüksek log-olabilirlik değerleri elde ederek daha iyi tahminlerde bulunmak adına, bu çalışmada önerilen komşu yönünden asimimetrik uzamsal ağırlık matrisinin yapılacak olan uzamsal ekonometrik çalışmalarda kullanılması faydalı olacaktır.

Abstract

This study proposes innovative approaches to spatial econometric methods to examine income convergence in Europe. The primary objective is to reshape the spatial weight matrix based on neighbourhood relations, allowing for the possibility that the influence of each neighbour is not uniform, thus achieving more accurate predictions. Using the proposed spatial weight matrices, applications have been conducted for European countries during the period from 2000 to 2021 within the framework of the "convergence hypothesis." The analysis employs various weight matrices, including "rook," "threshold," "two-threshold," and "asymmetric neighbour," along with "fixed effects" and "random effects" panel data models, as well as "spatial lag model," "spatial error model," "spatial Durbin model," and "general spatial model." The results reveal that models constructed with the "neighbour" weight matrix exhibit the best performance. According to this analysis, income divergence exists in Europe, implying that developing countries are not catching up to developed countries; rather, the economic gap is widening. Countries with initially low income have not converged towards those with high initial income over time but have experienced lower growth rates.



Atıf | Citation: Yıldırım, S. & Abdioğlu, Z. (2026). Testing the income convergence hypothesis under new spatial weight matrices: A European example. *EKOIST Journal of Econometrics and Statistics*, 44, 70-108. <https://doi.org/10.26650/ekoist.2026.44.1714281>

 This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. 

© 2026. Yıldırım, S. & Abdioğlu, Z.

 Sorumlu Yazar | Corresponding author: Sinan Yıldırım sinanyildirim@ktu.edu.tr



This situation indicates a continuation or worsening of inequality in Europe. For policymakers, considering local economic conditions and social structures is critical in developing strategies to reduce income inequality. The study also shows that the spatial effects of neighbouring observations with higher or lower values may differ significantly from those of other units, suggesting that the proposed asymmetric spatial weight matrix will improve future spatial econometric studies.

Anahtar Kelimeler Uzamsal Ekonometri • Uzamsal Panel Veri Analizi • Yakınsama Hipotezi • Gelir Yakınsaması • Avrupa Ülkeleri

Keywords Spatial Econometrics • Spatial Panel Data Analysis • Convergence Hypothesis • Income Convergence • European Countries

Yazar Notu Bu makale yazarın doktora tezinden üretilmiştir.

Author Note This article originates from the author's doctoral research.

Extended Summary

Economic growth and income distribution are critical topics in the fields of social sciences and economics. Income convergence refers to the reduction of income disparities between countries or regions over time, which plays a vital role in the sustainability of economic development. Europe, characterised by diverse economic structures and social policies, serves as an ideal case for understanding the dynamics of income convergence. This study aims to investigate income convergence in Europe by moving beyond traditional methods and employing new spatial weight matrices. Spatial weight matrices are essential tools in analysing geographical data and understanding the spatial dimension of economic interactions.

The foundation of spatial econometrics can be traced back to the pioneering work of Cliff and Ord (1969), which emphasised spatial autocorrelation. This intersection of statistics and geography has generated two sub-disciplines: spatial statistics and spatial econometrics. The latter has evolved significantly, with contributions from authors like Paelinck and Klaassen (1979), who defined spatial econometrics in terms of spatial dependency and asymmetry in economic relationships.

Spatial econometric models focus on the interactions between geographical units, which can include districts, provinces, and countries. While these models are increasingly used to explain the behaviour of economic agents, such as individuals and firms, they are less commonly applied to describe interactions between geographical units. The primary goal of spatial econometric models, similar to other econometric models, is to accurately estimate population parameters. In this context, the study critiques traditional assumptions about the uniform influence of neighbouring units on a given observation and proposes innovative spatial weight matrices that account for the heterogeneity of these influences.

The study explores the convergence hypothesis using annual data from 36 European countries between 2000 and 2021. It tests absolute convergence using various spatial weight matrices, including "rook," "threshold," "two-threshold," and "asymmetric neighbour" matrices, along with fixed effects and random effects panel data models. The findings indicate that models constructed with the proposed asymmetric spatial weight matrix outperform traditional models, revealing income divergence rather than convergence across Europe.

The results highlight that income disparities persist, implying that developing countries are not catching up with developed ones; instead, the economic gap is widening. Countries with initially low income have not converged towards those with high initial income over time, instead experiencing lower growth rates. This situation points to a continuation or worsening of inequality in Europe, corroborating findings from previous studies. Factors contributing to income divergence include disparities in institutional quality, technology access, education levels, and policy decisions that hinder economic growth.

The study concludes that the observed income divergence in Europe is a reflection of various socioeconomic and political factors, including globalisation. While economic integration may promote convergence, it has also led to increased inequality, as high-tech sectors enable rapid wealth accumulation in some countries while leaving others behind. This divergence poses challenges to societal cohesion and long-term economic competitiveness.

To mitigate these disparities, policymakers must consider local economic conditions and social structures when developing strategies. Investing in local human capital and promoting labour mobility are crucial for supporting

economic growth in less developed regions. Future solutions will require international cooperation and the development of sustainable policies.

The findings of this study provide valuable insights for policymakers aiming to reduce income inequality in Europe. The innovative approaches to spatial weight matrices enhance the understanding of the spatial dimensions of income convergence, emphasising that social and geographical interactions shape economic outcomes. The study's methodology and findings contribute to the literature on income convergence and suggest avenues for future research, including the application of different econometric techniques and the exploration of income dynamics in other regions. By expanding the analysis to include various contexts and employing new spatial methods, researchers can better understand the factors driving income inequality and develop more effective policies to address these issues.

In summary, this study presents a novel approach to analysing income convergence in Europe through innovative spatial econometric methods, offering significant contributions to both theory and practice. Future research could explore the application of generalised moment methods (GMM) and dynamic spatial econometric analyses to further deepen the understanding of income dynamics across different regions and periods, ultimately aiding in the formulation of policies aimed at reducing economic inequality.

Gelir Yakınsama Hipotezinin Yeni Uzamsal Ağırlık Matrisleri Altında Test Edilmesi: Avrupa Örneği

Ekonomik büyüme ve gelir dağılımı sosyal bilimler ve ekonomi alanında önemli bir tartışma konusudur. Gelir yakınsaması, ülkeler veya bölgeler arasındaki gelir farklarının zamanla azalması anlamına gelir ve bu süreç, ekonomik gelişimin sürdürülebilirliğini sağlamada kritik bir rol oynamaktadır. Özellikle Avrupa, farklı ekonomik yapıları ve sosyal politikalarıyla dikkat çeken bir bölge olarak gelir yakınsamasının dinamiklerini anlamak için ideal bir örnek sunmaktadır.

Bu çalışma, Avrupa'da gelir yakınsamasını incelemek amacıyla geleneksel yöntemlerin ötesine geçerek yeni uzamsal ağırlık matrisleri kullanmayı hedeflemektedir. Uzamsal ağırlık matrisleri, coğrafi verilerin analizinde önemli bir araç olarak kabul edilmekte ve ekonomik etkileşimlerin uzamsal boyutunu anlamak için kullanılmaktadır. Bu bağlamda uzamsal bağımlılığın gelir yakınsaması üzerindeki etkilerini daha iyi kavrayabilmek için farklı bölgeler arasındaki ekonomik ilişkilerin incelenmesi gerekmektedir.

Uzamsal diğer bir ifadeyle mekânsal ekonometrinin çıkış noktasının Cliff ve Ord (1969)'un uzamsal otokorelasyondan bahsettiği öncü makalesindeki görüşlere dayandığı belirtilmektedir. Bu görüşler, istatistik ve coğrafyanın bir arada düşünülmesine ve istatistik teorisinin uzamsal veriye uygulanmasına ışık tutmuştur. İstatistik ve coğrafyanın bir arada düşünülmesi, zamanla iki alt disiplini ortaya çıkarmıştır. Bunlar uzamsal istatistik ve uzamsal ekonometridir. Ripley (1981) ve Cressie (1993)'nin uzamsal dağılımlar ve uzamsal olasılıksal varyans ile ilgili yayınlamış olduğu kitaplar uzamsal istatistiğin geliştirilmesine vesile olmuştur. Uzamsal ekonometri disiplini ise Paelinck ve Klaassen (1979)'in yayınladığı *Spatial Econometrics* isimli kitap ile kök salmaya başlamıştır. Bu kitapta yeni bir alan olan uzamsal ekonometri, kentsel ve bölgesel modellenin dahil edilmesiyle ekonomik ilişkilerdeki uzamsal bağımlılık ve uzamsal asimetri ile tanımlanmıştır. (Beenstock ve Felsenstein, 2019:49).

Uzamsal ekonometri, coğrafi birimler arasındaki uzamsal etkileşimle ilgilenmektedir. Bu coğrafi birimler ilçeler, iller, bölgeler, eyaletler, ülkeler ve benzeri birimler olabilir. Uzamsal ekonometrik modeller, aynı zamanda bireyler, firmalar veya hükümet gibi ekonomik aktörlerin davranışlarını açıklamak için de kullanılabilir. Bu tarz bir kullanım giderek yaygınlaşsa da coğrafi birimler arasındaki etkileşimi açıklayan modellere göre daha az kullanılmaktadır (Elhorst, 2014:1).

Tüm ekonometrik modellerde olduğu gibi yatay kesit bağımlılık modellerinin bir türü olan uzamsal ekonometrik modellerde de amaç kitle parametrelerini en iyi şekilde tahmin edebilmektir. Bu sebeple, uzamsal ekonometrik yöntemlerde bağımsız değişken ya da değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkileri araştırılırken geleneksel ekonometrik yöntemlere ilaveten her bir yatay kesitin komşu coğrafi birim olan kesitten/kesitlerden nasıl etkilendiğini gösteren parametre ya da parametreler de uzamsal modellere katılmaktadır.

Zaman serileri literatürü gözlemler arasındaki zamana göre bağımlılığa odaklanır ve zaman gecikmeli verileri sembolize etmek için $(t - 1)$ 'i kullanırken, uzamsal ekonometri literatürü gözlemler arası uzamsal bağımlılığa odaklanır ve örneklemdaki coğrafi birimlere ilişkin uzamsal ağırlıkları tanımlamak için uzamsal ağırlık matrisi W 'yi kullanır. Uzamsal ekonometri, zaman serilerinin basit bir uzantısı değildir. İkisi arasındaki en önemli fark, zaman serilerinde iki gözlemin birbirini etkileyememesine rağmen uzamsal ekonometride iki coğrafi birimin birbirini etkileyebilmesidir (Elhorst, 2014:1).

Uzamsal ekonometrik yöntemlerin temelinde uzamsal bağımlılığın ele alındığı modeller, bu modellerin temelinde ise uzamsal ağırlık matrisi yatmaktadır. Uzamsal ağırlık matrisleri, bir yatay kesit ile diğer kesitlerin komşu olup olmadığını ifade ederek komşuluk ilişkilerini nitelikten niceliğe dökmeye yarayan ya da komşular arasındaki belli mesafeleri belli formüllerle ağırlık matrisine işleyerek, komşular arasındaki mesafe arttıkça ağırlık değerinin azalması yoluyla komşuluk ilişkilerini ifade eden matrislerdir. Bu ağırlık matrislerinden birincisi, bir i yatay kesiti için belli bir kritere göre komşu olarak nitelendirilen tüm yatay kesitlerin i yatay kesitini aynı oranda etkilediğini varsaymaktadır. Bu ağırlık matrislerinden ikincisi ise iki yatay kesit arasındaki mesafenin belli bir şekilde formüle edilmesi yoluyla elde edilen ağırlık değerlerinden aynı ağırlık değerine sahip tüm yatay kesitlerin i yatay kesitini aynı oranda etkilediğini varsaymaktadır. Örneğin, Avrupa için yapılan bir uzamsal ekonometrik çözümlemede birbirine sınırı olan her ülkenin komşu sayılacağını varsayalım. Avusturya'nın komşuları Almanya, Çek Cumhuriyeti, İsviçre, İtalya, Macaristan, Slovakya ve Slovenya'dır. Geleneksel uzamsal ekonometrik çözümlemede, sayılan bu komşuların her birinin Avusturya'ya ait gözlem değeri üzerinde eşit miktarda etkisi bulunmaktadır.

Yukarıdaki örnekte, Avusturya'ya ait herhangi bir gözlem değerine (bağımlı değişken, açıklayıcı değişken ya da hata terimi olabilir) etki edecek olan değerler komşu olarak sayılan birimlerdeki gözlem değerleridir. Fakat Avusturya'nın komşularından, örneğin, Almanya ile Slovakya aynı özelliklere sahip değildir. Dolayısıyla aynı gözlem değerine sahip olsalar dahi, Almanya ile Slovakya'nın komşuları Avusturya'yı aynı otokorelasyon katsayısıyla etkilemesi söz konusu olmayabilir. Bu sebeple bu çalışmada, geleneksel uzamsal ağırlık matrisinin yapısını değiştirerek onu daha iyi şekillendirmek yoluyla literatürdeki eksikliği gidermek adına, bütün komşuların aynı uzamsal otokorelasyon katsayısıyla hareket edeceği varsayımı eleştirilerek, komşuların bazı durumlara göre farklı hareket ettiği uzamsal ağırlık matrisleri uygulanmıştır. Buradaki temel çıkış noktası, komşu olarak nitelendirilen tüm yatay kesitlerin aynı özelliklere sahip olmamasıdır.

Çalışmanın temel amacı, Avrupa'nın farklı bölgeleri arasındaki gelir farklarını analiz etmek ve bu farkların zaman içindeki evrimini yeni uzamsal ağırlık matrisleri yardımıyla ortaya koymaktır. Bu çalışmada hem teorik hem de ampirik yöntemler kullanılarak gelir yakınsamasının uzamsal boyutları ele alınmış ve bu bağlamda politika önerileri geliştirilmiştir. Ayrıca uzamsal analizlerin sağladığı derinlik sayesinde gelir yakınsamasının sadece ekonomik değil aynı zamanda sosyal ve politik boyutları da değerlendirilmiştir. Uzamsal ağırlık matrislerine yenilikçi yaklaşımlar önerilmesinin amacı uzamsal ekonometrik modelleri diğer ekonometrik modellerden ayıran ve komşuluk ilişkilerine dayanarak oluşturulan uzamsal ağırlık matrisini her komşunun etkisinin aynı olmaması durumuna göre şekillendirerek daha yüksek olabilirlik seviyeleri elde etmek ve kitle parametrelerinin tahminlerinde daha uygun sonuçlara ulaşabilmektir. Çalışmanın konusu, birbirine asimetric bir şekilde etki eden yatay kesitlerin varlığı durumunda geleneksel uzamsal ağırlık matrislerinden

daha etkin sonuçlar veren ağırlık matrisleriyle yakınsama hipotezini Avrupa ülkeleri için test etmektir. Çalışmanın araştırma sorusu yatay kesitlerin asimetrik olarak birbirini etkilediği durumlarda bu asimetrik etkileşimi dikkate alarak oluşturulan ağırlık matrislerinin geleneksel matrislere göre daha uygun sonuçlar verip vermeyeceğidir.

Çalışmada “yakınsama hipotezi”, 36 Avrupa ülkesi için 2000-2021 dönemine ait yıllık verilerle araştırılmıştır. Bu bağlamda mutlak yakınsama hipotezi “vezir”, “eşik”, “iki eşikli” ve “komşu yönünden asimetrik” ağırlık matrisleriyle kurulan “sabit etkili” ve “tesadüfi etkili” panel veri modelleri ile “uzamsal gecikme modeli (UGM)”, “uzamsal hata modeli (UHM)”, “uzamsal Durbin model (UDM)” ve “genel uzamsal model (GUM)” için test edilmiştir. Önerilen ağırlık matrisleri geleneksel ağırlık matrisi (vezir) ile karşılaştırılmıştır. Çalışmanın bulguları politika yapıcılar ve araştırmacılar için önemli bilgiler içermekte, ekonomik eşitsizliklerin azaltılmasına yönelik stratejilerin geliştirilmesine katkıda bulunmaktadır.

Çalışma, birkaç bölümden oluşmaktadır. “Uzamsal veri çözümlemesi” başlıklı bölümde öncelikle uzamsal verinin yapısı, uzamsal bağımlılık ve uzamsal heterojenlik kavramları, uzamsal bağlantının kurulması kapsamında sınır ağırlıkları, uzaklık ağırlıklandırması ve bu çalışmada önerilen ağırlık matrisleri tanıtılmıştır. “Avrupa ülkeleri için yakınsama hipotezinin önerilen uzamsal ağırlık matrisleriyle çözülmesi” başlıklı bölümde öncelikle veri seti tanıtılmış, ardından “vezir”, “eşik”, “iki eşikli” ve “komşu yönünden asimetrik” ağırlık matrisleriyle incelenen tüm panel veri modellerine ait çözümleme bulgularına yer verilmiştir. Son olarak en uygun sonuç veren modelin tahminleri yorumlanmış, ayrıca tüm modeller için önerilen matrislerin geleneksel matrisle kıyaslaması yapılmıştır.

Uzamsal Veri Çözümlemesi

Uzamsal veriler, coğrafi olarak komşuluk ilişkileri içerisinde bulunan ve bu komşuluk ilişkileri ile birbirini etkileyen yatay kesitlere ait verilerdir. Bu yatay kesitler ilçeler, iller, bölgeler, eyaletler, ülkeler ve benzeri birimler olabilir. Uzamsal veriler, yapıları itibarıyla diğer ekonometrik verilerden farklılık göstermektedir. Beenstock ve Felsenstein (2019:50)’a göre uzamsal veriler, doğası gereği karmaşık bir yapıya sahiptir. Doğa bilimlerinde, meteoroloji bilimindeki atmosfer ve deniz biliminde okyanuslar gibi yüzeyler iki boyutlu kafesler veya üç boyutlu bloklar olarak ölçülebilmektedir. Sosyal bilimlerde ise uzamsal veriyle, uzamsal ekonominin kaotik gelişimi nedeniyle her türlü şekil ve boyutta karşılaşılmaktadır. Arşiv, anket veya sosyal medyadan elde edilen uzamsal veri, coğrafi alanlardan toplanmaktadır. Bu nedenle uzamsal veriler, stokastik modelleme için geçerli olan klasik istatistiksel ölçüm kurallarına tam olarak uymadığından hipotez sınamalarında ve çıkarımlarda kullanılan istatistiksel varsayımları da ihlal etmektedir. Uzamsal veriler genellikle zaman serileri gibi eşit aralıklara sahip değildir. Uzamsal gözlemler toplu olabilir, öyle ki yeni gözlem eklendikçe bağımlılık yapısı değişebilir ve uzamsal durağanlık yok olabilir. Ayrıca, iklim, okulların kalitesi, devlet teşvikleri gibi fiziksel ve sosyoekonomik olanaklar vb. karakteristik özellikleri farklı olduğundan hane halkı ve firmaların yer seçimleri bu özelliklere bağlıdır. Bundan dolayı uzamsal verinin yapı taşları olan coğrafi alanlar içsel olabilmektedir. Aynı durum coğrafi olmayan uzay alanı için de geçerlidir. Firmalar kârlarını maksimize etmek için belli bir ürün alanına yerleşirler. Dolayısıyla konumları içseldir. Firmaların konum seçimine yönelik enstrümantasyon ve diğer ürün konumlarına olan mesafesini hesaplamak zordur. Dolayısıyla konum seçimi esas olarak dışsal, konumların karakteristik özellikleri ise veri olarak kabul edilir.

Zaman serilerine ait birimler temel olarak uzamsal birimlerden farklı hareket eder. Zaman serilerinde bir değişkenin t anında aldığı değer zamanın nasıl ölçüldüğüne göre değişmezken uzamsal verideki birimlere ait bir değişkenin aldığı değer uzayın nasıl ölçüldüğüne bağlıdır. Örneğin, yıllık GSYİH, üç aylık GSYİH’nin toplamıdır. Zamansal toplama, GSYİH ölçümündeki kavramsal konuları dikkate almaz. Uzamsal birimler bir araya gelecek olursa durum farklılaşır. A ve B uzamsal birimlerinin birleştirilmesi A ve B birimleri arasındaki akışı gizleyecektir (Beenstock ve Felsenstein, 2019:50).

Uzamsal ekonometrik çözümleme yapılırken yapısı gereği uzamsal veri, uzamsal bağımlılık ya da uzamsal heterojenlik durumlarına göre modellenmektedir.

Uzamsal Bağımlılık ve Uzamsal Heterojenlik

y_i bağımlı değişken ($i = 1, \dots, n$), X_i bağımsız değişken matrisi olmak üzere, n sayıda bağımsız gözlem ile kurulan geleneksel yatay-kesit (uzamsal olmayan) doğrusal regresyon modeli eşitlik (1) ve (2) ile gösterilmiştir

$$y_i = X_i\beta + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

(1)'deki X_i , $(1 \times k)$ boyutundaki bağımsız değişken vektörünü; β , $(k \times 1)$ boyutundaki parametre vektörünü; (2)'de kullanılan $N(0, \sigma^2)$ ifadesi sıfır ortalamalı ve sabit varyanslı normal dağılımı ifade etmektedir. Bu model doğrusal regresyon modelleri için genelde varsayılan modeldir. Her gözlem, $X_i\beta$ ortalama değeri etrafında ε_i tesadüfi bileşeni ile dalgalanmaktadır. Bu modelde i coğrafi biriminin gözlem değeri diğer bir coğrafi birimin gözlem değerinden bağımsızdır. İstatistiksel olarak bağımsız gözlemler şu şekilde ifade edilebilir: $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) = 0$. Bu bağımsızlık varsayımı modelleri kolaylaştırır da uzamsal veri çözümlemesinde bu varsayım sağlanamayabilir.

Uzamsal bağımlılık, bir coğrafi birime ait gözlem değerinin komşu coğrafi birimlere ait gözlem değerlerine bağlı olarak hareket etmesi durumudur. Örneğin, $i = 1$ ve $j = 2$ birimlerinin belli bir komşuluk tanımına göre komşu kabul edildiği varsayılırsa, veri üretim süreci (3)'te ifade edilmiştir (LeSage ve Pace, 2009:2).

$$y_i = \varphi_i y_j + X_i\beta + \varepsilon_i \quad (3)a$$

$$y_j = \varphi_j y_i + X_j\beta + \varepsilon_j \quad (3)b$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad (3)c$$

$$\varepsilon_j \sim N(0, \sigma^2) \quad (3)d$$

Bu durum, eş-anlı bir etkileşime neden olmakta, y_i 'nin aldığı değer y_j 'ye, y_j 'nin aldığı değer de y_i 'ye bağlı hareket etmektedir. Bu bağımlılık, genel bir formülle (4)'te ifade edilmiştir.

$$y_i = f(y_j), \quad i = 1, \dots, n \quad i \neq j \quad (4)$$

Uzayda bir noktada gözlenen bir değer, başka bir noktada gözlenen bir değere neden bağlı olduğu merak konusu olmaktadır. Bunun iki temel sebebi vardır. Birincisi, ilçe, il, eyalet, bölge veya ülke gibi uzamsal birimlere ilişkin veri toplanırken yapılan ölçüm hatalarıdır. Örneğin işsizlik oranları ile işgücüne katılım oranları düşünülsün. İşçiler iş bulabilmek için rahatlıkla sınırdan geçen coğrafi birimler arası geçiş yapabilmektedir. Dolayısıyla, kişinin yaşadığı yer baz alınarak hesaplanan bir işsizlik oranı ya da işgücüne katılım oranı, uzamsal bağımlılık sonucunu doğuracaktır. Uzamsal bağımlılığın beklenmesinin ikinci nedeni ise sosyo-demografik, ekonomik veya bölgesel aktivitelerin uzamsal boyutunun bir modelleme problemine yol açmasıdır (LeSage, 1999:3).

Uzamsal heterojenlik kavramı, belli bir uzay içerisindeki ilişkilerin birbirine bağımlı olmadan değiştiği durumu ifade eder. Bu durumda yine coğrafi birim etkilidir ancak coğrafi birimler birbirini etkilememektedir. Değişken değerleri belli bir sistematığa bağlı olmadan, birimden birime göre değişmektedir. Bu doğrusal ilişki, (5)'te ifade edilmiştir.

$$y_i = X_i\beta_i + \varepsilon_i \quad (5)$$

i alt indisi, $i = 1, \dots, n$ olacak şekilde uzamsal birimi, X_i , $(1 \times k)$ boyutundaki açıklayıcı değişken vektörünü, β_i , birimine ait $(k \times 1)$ boyutundaki parametre vektörünü ifade etmektedir. y_i , i birimine ait bağımlı

değişkendir. ε_i , doğrusal ilişkideki stokastik hata terimini ifade eder. Daha teknik ifade edilecek olursa, (4) eşitliği i alt indisi gösterilerek (6) elde edilir (LeSage, 1999:4).

$$y_i = f_i(X_i\beta_i + \varepsilon_i) \quad (6)$$

Uzamsal heterojenlik durumunda, her bir coğrafi birim için ayrı bir parametre hesaplanması gerekir. Bu da n sayıda yatay kesiti olan bir model için n sayıda parametre anlamına gelmektedir. Bu durum serbestlik derecesi problemine yol açmaktadır.

Uzamsal Bağlantının Kurulması

Moran (1948, 1950) ve Geary (1954) tarafından geliştirilen uzamsal bağımlılığın veya daha net ifadesiyle uzamsal otokorelasyonun ölçümü, orijinal haliyle uzamsal birimler arası ikili komşuluğa dayanmaktadır. Bu ölçümde uzamsal birimler komşu ise 1, değilse 0 değerini alıyordu. Cliff ve Ord (1973, 1981) bu basit konsepti geliştirerek iki uzamsal birimin potansiyel etkileşimini ölçen genel bir ölçüm sunmuştur. Bu ölçüm uzamsal ağırlık matrisi W , diğer bir ifadeyle Cliff-Ord ağırlık matrisi olarak adlandırılır. Bu matrisin her bir elemanının belirlenmesi için kullanılacak olan uygun spesifikasyonun seçimi, uzamsal ekonometrideki yöntemsel konular içerisinde en zor ve en tartışmalı olan konu olmuştur (Anselin, 1988).

Dışsal olarak şekillenen W matrisi, N tane uzamsal birimin olduğu bir durumda ($N \times N$) boyutundadır ve her bir elemanı w_{ij} ile sembolize edilir ($i = 1, 2, \dots, N$). w_{ij} , i birimi ile j birimi arasındaki uzamsal ilişkiyi göstermektedir. Uzamsal birim i 'nin kendisi ile uzamsal bir ilişkisi olamayacağına göre $w_{ii} = 0$ olmalıdır. Bu durum tüm birimler için düşünüldüğünde bağlantı matrisi W 'nin köşegen elemanlarının sıfır olduğu anlaşılır. W matrisini şekillendirmenin birçok yolu vardır. Örneğin, yalnızca bitişik birimlerin ilişkili sayıldığı durumda, birimler bitişik olmadığında w_{ij} sıfır değerini alır. Uzamsal bağlantı, birimler arasındaki uzaklığa göre de kurulabilir. Bu durumda kurulan bağlantı matrisi (W) simetrik olur. Çünkü i biriminden j birimine olan mesafe ile j biriminden i birimine olan mesafe aynı olacaktır (Beenstock ve Felsenstein, 2019).

Yorumlama kolaylığı açısından, W matrisi genellikle satır toplamı 1'e eşit olacak şekilde¹ standartlaştırılarak kullanılır. Bu standartlaştırma işlemi, W matrisi elemanlarının satır toplamlarına bölünmesi yoluyla gerçekleştirilir. Böylelikle ağırlıklandırma işlemi, komşu gözlem değerlerinin ortalamasını almak olarak yorumlanabilecektir. W matrisi elemanları pozitif olduğu için standartlaştırılmış W matrisi elemanları 0 ile 1 arasında olur (Elhorst, 2014:12).

Standartlaştırma işlemi yapılmadığında nispeten fazla sayıda komşu birimi olan bir yatay kesitin uzamsal olarak daha fazla etkilenmesi söz konusu olmaktadır. Standartlaştırma işlemi yapıldığında ise fazla sayıda komşusu olan birimin toplam satır değeri ve az sayıda komşuya sahip birimin toplam satır değeri 1'e eşit olur. Bu durumda, fazla sayıda komşuya sahip olan bir birim ile az sayıda komşuya sahip olan bir birimin komşuluk etkileri standartlaştırılmış olur.

Alternatif olarak W matrisi, sütun toplam değeri 1 olacak şekilde de standartlaştırılabilir. Bu tarz normalleştirme, bazen yeni sosyal ekonomi literatürü içinde kullanılmaktadır (Leenders, 2002; Aktaran Elhorst, 2014:12). Satır bazlı matris standartlaştırma işlemi yapıldığında ağırlık matrisi belli bir birim üzerindeki tüm komşuların etkisini gösterirken, sütun bazlı matris standartlaştırma işlemi yapıldığında ağırlık matrisi belli bir birimin tüm birimler üzerindeki etkisini göstermektedir. Bu çalışmada, alan yazında sıklıkla kullanılan ve yorumlama kolaylığı sağlayan satır standartlaştırılması kullanılmıştır.

W matrisi, uzamsal ekonometrik modellemenin temel elemanı ve gözlemler arası uzamsal bağımlılığın resmi ifadesi olarak tanımlanır (Anselin, 1988). Bu sebeple, Beenstock ve Felsenstein (2019)'e göre uzamsal ekonometri için daimî bir problem olan W matrisinin nasıl oluşturulacağı konusu, üzerinde durulması

¹ $\sum_{j=1}^N w_{ij} = 1$

gereken önemli bir konudur. Çünkü bazen uzamsal ağırlık matrisi seçimi, parametreleri tahmin etmede kullanılan yöntemlerin seçiminden kaynaklanan farklılıklara göre daha fazla farklılık yaratmaktadır (Bell ve Bockstael, 2000:72). Stakhovych ve Bijmolt (2008), W matrisi yanlış oluşturulduğunda, uzamsal gecikme modellerinde parametre tahminlerinin yanlış ve tutarsız olacağını belirtmişlerdir.

Uzamsal ağırlık matrisleri, tamamen dışsal olarak belirlenen uzamsal ağırlık matrisleri ve model içerisinde tahmin edilen ağırlık matrisleri olarak ikiye ayrılabilir. Bu çalışmada ağırlık matrisleri dışsal olarak belirlenmiştir. Dışsal uzamsal ağırlık matrisleri, birimlerin birbirine olan sınır durumuna göre veya birbirlerine uzaklık durumuna göre sınır ağırlıklandırması ve uzaklık ağırlıklandırması olarak iki şekilde sınıflandırılabilir.

Sınır Ağırlıklandırması

Sınır ağırlıklandırması, sınır uzunluklarına ya da merkezlerin birbirine uzaklıklarına bakılmaksızın değerlendirilen bir ağırlıklandırma türüdür. Sınır ağırlıklandırmasında, uzamsal birimlerin sınırlarıyla alakalı belli bir kritere göre komşu seçilen birimler 1, diğerleri 0 değerini alır. Böylelikle komşu birimlerin sınırlarıyla alakalı nitelendirme işlemi niceliğe dönüşmüş olur. Sınır ağırlıklandırmasına örnek sayılabilecek uzamsal ağırlık matrisleri aşağıda sıralanmıştır (Anselin, 1988:20; LeSage, 1999:11).

Doğrusal komşuluk: Eğer i ve j birimlerinin ortak bir sınırı var ise $w_{ij} = w_{ji} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = w_{ji} = 0$ olur. Örneğin (5×5) 'lik bir ağırlık matrisinde 1 numaralı coğrafi birim ile hiçbir birimin ortak sınırı yok ise $w_{1j} = 0$ olur ($j = 1, \dots, 5$). Diğer taraftan, 3 numaralı coğrafi birim ile sadece 2 numaralı coğrafi birimin ortak sınırı olduğunu düşünürse $w_{32} = 1$, diğer 3. satır elemanları ise sıfır olur.

Kale komşuluk²: Eğer i ve j birimlerinin doğu, batı, kuzey, güney yönlerinden birinde ortak bir sınırı var ise $w_{ij} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = 0$ olur.

Fil komşuluk: Eğer i ve j birimlerinin kuzeydoğu, kuzeybatı, güneydoğu, güneybatı yönlerinden birinde ortak bir sınırı var ise $w_{ij} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = 0$ olur.

Vezir komşuluk: Eğer i ve j birimlerinin doğu, batı, kuzey, güney, kuzeydoğu, kuzeybatı, güneydoğu, güneybatı yönlerinden birinde ortak bir sınırı var ise $w_{ij} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = 0$ olur.

İkincil komşuluk: Eğer i ve j birimlerinin doğu, batı, kuzey, güney yönlerinden birinde ortak bir komşu birimi var ise $w_{ij} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = 0$ olur. Örneğin bir ağırlık matrisinde 1 numaralı coğrafi birim ile 2 numaralı coğrafi birim komşu fakat 3 numaralı birim komşu olmasın. Ancak 2 numaralı birimle 3 numaralı birim komşu olsun. Bu durumda 3 numaralı birim, 1 numaralı birimin komşusunun komşusu olduğundan ikincil komşuluğa göre $w_{13} = 1$ olur.

Uzaklık Ağırlıklandırması

Uzaklık ağırlıklandırmasında, uzamsal birimlerin birbirlerine olan uzaklıkları, sınır boylarının uzaklığı veya merkezlerinin birbirlerine olan uzaklığı dikkate alınabilir. Uzaklık ağırlıklandırması ile oluşturulan uzamsal ağırlık matrislerine örnekler aşağıda sıralanmıştır (Arbia, 2006:37; Anselin, 1988:19)

Kritik değere dayalı komşuluk: i ve j birimleri arasındaki mesafe m_{ij} , kritik bir mesafe olarak adlandırılan, önceden subjektif olarak belirlenmiş bir değerin (m^*) altında ise i ve j birimleri komşu birimler olarak adlandırılır ($0 \leq m_{ij} < m^*$).

²Anselin (1988), satranç oyunundan hareketle Kale, Fil ve Vezir komşuluğu kavramlarını ortaya koymuştur. Oyunda kale doğu, batı, kuzey, güney yönlerine, fil kuzeydoğu, kuzeybatı, güneydoğu, güneybatı yönlerine, vezir ise her yöne hareket edebilmektedir.

En yakındaki komşu: j birimi eğer mesafe olarak i biriminin en yakınındaki birimse, i ve j birimleri komşudur.

Ters mesafe matrisi: i ve j birimleri arasındaki komşuluğu ölçen değer w_{ij} , iki birim arasındaki mesafenin ters fonksiyonu şeklinde tanımlanır (Eşitlik 7). Böylelikle iki birim arasındaki mesafe arttıkça kullanılan ağırlık azalmaktadır.

$$w_{ij} = f[m_{ij}] \quad (7)$$

Ters mesafe matrisi için eşitlik (8)'deki uzamsal ağırlık matrisi örnek verilebilir.

$$w_{ij} = m_{ij}^{-\alpha} \alpha > 0 \quad (8)$$

Cliff ve Ord ağırlıklandırması: i ve j birimleri arasındaki mesafeyi ve i ve j birimlerinin birbirleriyle olan sınırlarının uzunluklarını dikkate alır (Cliff ve Ord, 1973). Cliff – Ord uzamsal ağırlık matrisi (9) eşitliğinde verilmiştir.

$$w_{ij} = m_{ij}^{-\alpha} \delta_{ij}^{\beta} \quad (9)$$

(9) eşitliğinde m_{ij} , i ve j birimleri arasındaki mesafeyi; δ_{ij} , i ve j birimlerinin birbirleriyle olan sınırlarının uzunluklarının bütün sınır uzunlukları toplamına oranını; α ve β ise parametreleri ifade eder.

Bodson ve Peeters ağırlıklandırması: Kara yolları, demiryolları gibi ulaşım araçlarının uzamsal ağırlıklandırmadaki önemine vurgu yapmaktadır (Bodson ve Peeters, 1975). θ_j , ulaşım araçlarının önemini; m_{ij} , uzamsal birimler arasındaki mesafeyi; α , β ve γ ise parametreleri göstermek üzere çalışmada kullanılan ağırlık matrisi (10) eşitliğinde verilmiştir.

$$w_{ij} = \sum_j \theta_j \left\{ \frac{\alpha}{[1 + \beta \cdot \exp(-\gamma_j m_{ij})]} \right\} \quad (10)$$

Demografik özellikleri dikkate alarak yapılan ağırlıklandırma: Bu ağırlıklandırma türünde, birimler arası mesafenin yanı sıra nüfus ve ekonomik göstergeler gibi faktörler dikkate alınmaktadır. Fingleton (2001), Biles (2003) ve Darmofal (2006)'ın önerdiği ağırlık matrisleri, demografik özellikleri dikkate alarak yapılan ağırlıklandırmaya örnek olarak gösterilebilir. Fingleton (2001), ekonomik çıktı seviyesine ve birimler arası mesafeye dayanan bir ağırlık matrisi önermiştir:

$$w_{ij} = Q_j^{\alpha} m_{ij}^{-\gamma} \quad (11)$$

(11) eşitliğinde Q_j , ekonomik çıktı düzeyini, m_{ij} ise i ve j birimleri arasındaki mesafeyi göstermektedir. Buna göre $\alpha = 0$ olduğu durumda ağırlık matrisi sadece mesafe etkisini, $\gamma = 0$ olduğu durumda ise sadece ekonomik büyüklük etkisini gösterecektir.

Biles (2003), önerdiği ağırlık matrisinde ekonomik göstergeler ile birimler arası mesafeyi dikkate almıştır. Bu ağırlık matrisi eşitlik (12)'de sunulmuştur.

$$v_{ij} = \frac{E_j}{m_{ij}^2} \quad (12)$$

(12) eşitliğinde E_j , j birimine ait ekonomik gösterge değerini; m_{ij} , i ve j birimleri arasındaki mesafeyi; v_{ij} ise i biriminin j birimine göre ekonomik potansiyelini göstermektedir. Darmofal (2006), mesafe arttıkça ağırlığın üstel olarak azalacağı matrisler önermiştir.

$$w_{ij} = \frac{S_j}{m_{ij}^{\alpha}} \quad (13)$$

$$w_{ij} = S_j e^{-\beta m_{ij}} \quad (14)$$

(13) ve (14) eşitliklerinde gösterilen ağırlık matrislerinde S_j nüfus, GSYİH, sınır uzunluğu vb. faktörler olabilmektedir. m_{ij} , i ve j birimleri arasındaki mesafeyi gösterir. (13)'te mesafe arttıkça ağırlık belli bir üsse göre azalmaktadır. (14)'te ise ağırlık e üssü mesafenin tersine göre değişmektedir. Dolayısıyla (14)'ün (13)'e göre mesafeye daha hassas olduğu söylenebilir.

x , enlem ve y , boylam değerlerini göstermek üzere belli bir kritik mesafe değeri k için $m_{ij} < k$ koşulunu sağlayan birimlerin komşu sayılacağı, Öklid mesafesine dayanan uzamsal ağırlık matrisi de kullanılabilir (Yılğör, 2019:61). Bu durumda her bir mesafe (15) numaralı eşitlikteki gibi hesaplanır.

$$m_{ij} = \sqrt{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]} \quad (15)$$

Önerilen Ağırlık Matrisleri

Uzamsal ekonometri literatüründe yaygın olarak kullanılan ağırlık matrisleri, hangi tarzda seçilirse seçilsin tüm komşuların ilgili birim üzerinde aynı etkiye sahip olduğunu ifade etmektedir. Örneğin vezir komşuluğuna göre oluşturulan bir ağırlık matrisinde, belli bir birimin güneyinde ve kuzeybatısında sınırı olan bir birim varsa, bu birimler komşu kabul edilir ve bu birimlerin ilgili birim üzerindeki etkisinin aynı olduğu varsayılır. Aynı şekilde birimler arası ters mesafe matrisine göre oluşturulan bir uzamsal ağırlık matrisinde, aynı mesafedeki iki birimin ilgili birim üzerindeki etkisi aynı olur. Ancak gerçek hayatta, aynı birime komşu olsalar bile farklı birimlerin aynı birim üzerinde farklı komşuluk etkileri olabilmektedir. Bu farklılıklar komşuluk etkisinin simetrik değil de asimetrik olarak dağılması olarak yorumlanabilir. Bu durumda tüm komşuların aynı etkiye sahip olduğu geleneksel yaklaşım “simetrik komşu etkisi” şeklinde isimlendirilirse bu çalışmada önerilen ve tüm komşuların aynı etkiye sahip olmadığını, belli özelliklere göre farklılaştığını savunan yaklaşım ise “asimetrik komşu etkisi” olarak kavramlaştırılabilir.

Literatürdeki uygulamalı çalışmalarda da uzamsal etkileşimlerin homojen olmadığı ve yerel dinamiklere göre farklılık gösterdiği vurgulanmaktadır. Örneğin, coğrafi ağırlıklı regresyon (GWR) gibi yöntemlerle bölgesel göç ve sosyokültürel uyum dinamiklerinin modellendiği güncel çalışmalarda, uzamsal ağırlıkların ve etkileşimlerin yerel düzeyde nasıl asimetrik farklılıklar barındırdığı açıkça ortaya konmuştur (Görür ve Yüzbaşı, 2024; Yüzbaşı ve Görür, 2026). Bu bağlamda, bu çalışmada önerilen asimetrik uzamsal ağırlık matrisleri, literatürdeki bu mekânsal heterojenlik gerçekliğini makroekonomik yakınsama analizine taşıması bakımından önem arz etmektedir.

Bu çalışmada önerilen asimetrik³ komşu etkisine sahip ağırlık matrisleri, eşik uzamsal ağırlık matrisi, iki eşikli uzamsal ağırlık matrisi ve komşu yönünden asimetrik (KYA) uzamsal ağırlık matrisi olarak nitelendirilmiştir. Önerilen uzamsal matrisler incelenirken, bağımlı değişken Y için her biri 1. birimden N . birime kadar sıralanan Y gözlemlerinden oluşan N satırlı bir matrise ihtiyaç vardır. Bu matrisi elde etmek için N boyutlu ve 1'lerden oluşan ι_N vektörü ile bağımlı değişken matrisi Y 'nin devriği Y^T (16)'da gösterildiği şekilde çarpılır.

$$Y^* = \iota_N \cdot Y^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} [Y_1 \ Y_2 \ Y_3 \ \dots \ Y_N] = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_N \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_N \end{bmatrix} \quad (16)$$

³Her ne kadar komşu etkisinin homojen olarak dağılmadığını ifade etmek adına asimetrik kavramı tercih edilse de matematiksel olarak bu ağırlık matrisleri standartlaştırılmamış haliyle simetrik olacaktır ($w_{ij} = w_{ji}$).

(16)'da tanımlanan Y^* matrisi, eşik, iki eşikli ve komşu yönünden asimetrik (KYA) uzamsal ağırlık matrislerini oluştururken ilgili birime ait Y değerinin ($Y_1, Y_2, \dots, Y_N$), ilgili birime ait eşik değerinden veya komşu gözlem değerinden büyük olup olmadığının tespitinde işe yarayacaktır.

Eşik Uzamsal Ağırlık Matrisi. Varsayım 1: Eşik uzamsal modelde, komşu gözlemler içerisinde belli bir eşik değerinin üzerinde değer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Burada bahsedilen eşik değeri subjektif olarak belirlenebileceği gibi gözlemlerin ortalaması alınarak da hesaplanabilir.

1. Adım: W^E ağırlık matrisinin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. (17)'de ilgili dönüşüm gösterilmiştir.

$$W_{ij}^E = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (17)$$

2. Adım: W^E matrisi, mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi, (18)'de gösterildiği gibi W ile Hadamard çarpımı ile çarpılır.

$$W \odot W^E \quad (18)$$

3. Adım: 2. adımdaki Hadamard çarpımı sonrası oluşan matris, uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

İki Eşikli Uzamsal Ağırlık Matrisi. Varsayım 2: İki eşikli uzamsal modelde de komşu gözlemler içerisinde belli bir eşik değerinin üzerinde değer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Fakat burada, iki farklı grup ve iki farklı eşik değeri bulunmaktadır.

1. Adım: Belli bir kriter baz alınarak komşular iki gruba ayrılır. Bu kriter coğrafi konuma göre (Doğu- batı, kuzey-güney) olabileceği gibi ülkelerin gelişmişlik düzeyine göre de ayrılabilir (gelişmiş-gelişmekte olan- az gelişmiş).

2. Adım: Bu iki farklı komşu grubunun her birine E_1 ve E_2 şeklinde farklı bir eşik değeri belirlenir.

3. Adım: Y_{ij}^* 'nin 1. gruptan olup olmadığını gösteren $K^{(1)}$, 2. gruptan olup olmadığını gösteren $K^{(2)}$ matrisleri (19)'daki gibi oluşturulur.

$$K_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 1 & \text{eğer } Y_{ij}^* \text{ 1. grupta ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad K_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 1 & \text{eğer } Y_{ij}^* \text{ 2. grupta ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (19)$$

4. Adım: $W^{(1)}$ ağırlık matrisinin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E_1 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir.

5. Adım: $W^{(2)}$ ağırlık matrisinin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E_2 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. $W^{(1)}$ ve $W^{(2)}$ ağırlık matrislerinin her bir elemanı (20)'deki gibi elde edilir.

$$W_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 1 & \text{eğer } Y_{ij}^* > E_1 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad W_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 1 & \text{eğer } Y_{ij}^* > E_2 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (20)$$

6. Adım: $W^{(1)}$ matrisi, Y_{ij}^* 'nin 1. gruptan olup olmadığını gösteren $K^{(1)}$ matrisi ve mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile Hadamard çarpımı aracılığıyla çarpılır.

7. Adım: 6. adımda uygulanan işlem $W^{(2)}$ ve $K^{(2)}$ matrisleri için tekrar edilir.

8. Adım: 6. ve 7. adımlarda oluşturulan matrisler toplanır. Bu toplam sonrası oluşan nihai matris, uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılacak yeni ağırlık matrisidir. Bu durum, (21)'deki gibi formüle edilir.

$$W \odot K^{(1)} \odot W^{(1)} + W \odot K^{(2)} \odot W^{(2)} \quad (21)$$

Komşu Yönünden Asimetrik (KYA) Uzamsal Ağırlık Matrisi. Varsayım 3: KYA uzamsal modelde, komşu gözlemler içerisinde ilgililenen birimden daha yüksek değer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır.

1.Adım: Bu model incelenirken, bağımlı değişken Y için her biri 1. birimden N . birime kadar sıralanan Y gözlemlerinden oluşan N sütunlu bir matrise ihtiyaç vardır. Bu matrisi elde etmek için N boyutlu ve 1'lerden oluşan ι_N vektörünün devriği (ι_N^T) ile bağımlı değişken matrisi Y Kronecker çarpanı aracılığıyla çarpılarak Y^K matrisi (22)'deki gibi elde edilir.

$$Y^K = \iota_N^T \otimes Y = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_1 & \dots & Y_1 \\ Y_2 & Y_2 & \dots & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_N & Y_N & \dots & Y_N \end{bmatrix} \quad (22)$$

2.Adım: Y^K matrisinde yer alan her bir i . satır ve j . sütun elemanı, Y^* matrisinin aynı satır ve sütunundaki değere karşılık gelen elemandan büyükse 1, değilse 0 değeri W_{ij}^K elemanlarına verilerek (23)'te gösterildiği gibi W^K ağırlık matrisi oluşturulur.

$$W_{ij}^K = \begin{cases} 1 & (Y_{ij}^* - Y_{ij}^K) > 0 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (23)$$

3.Adım: W^K matrisi, mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile (24)'teki gibi Hadamard çarpımı ile çarpılır.

$$W \odot W^K \quad (24)$$

4. Adım: 3. adımdaki Hadamard çarpımı sonrası oluşan matris, uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

Ağırlık Matrislerinin Karşılaştırılması

Bir uzamsal modelin kurulabilmesi için birçok farklı şekilde oluşturulabilecek olan ağırlık matrisi W 'ye ihtiyaç duyulur. Sadece komşuları dikkate alan birinci düzey bir ağırlık matrisi, komşuların komşularını da dikkate alan ikinci düzey bir ağırlık matrisi, birbirlerine sınırı olan tüm birimleri komşu kabul eden bir ağırlık matrisi, sadece en yakındaki birimi komşu kabul eden bir ağırlık matrisi, bu çalışmada önerilen ağırlık matrisleri ve daha niceleri ağırlık matrislerine örnek olarak gösterilebilir.

Farklı uzamsal ağırlık matrisleri arasında tercih yapmanın bir yolu, farklı uzamsal ağırlık matrisiyle modelleri tahmin ederek bu modellere ait log-olabilirlik fonksiyonu değerlerini karşılaştırmaktır (Anselin, 1992:25). Bayesian yaklaşım, log-olabilirlik değerleri ile model olasılık (prob.) değerlerini dikkate almaktadır. Buna göre en yüksek log-olabilirlik değerini veren modele ait uzamsal ağırlık matrisi tercih edilmelidir. Tercih edilen bu model, veriye ve parametrelere ilişkin dağılımlara en çok uyan model olacaktır (LeSage ve Pace, 2009:161; Elhorst, 2010:17).

Avrupa Ülkeleri İçin Yakınsama Hipotezinin Önerilen Uzamsal Ağırlık Matrisleriyle Çözümlemesi

Bu çalışma çalışmasında geleneksel uzamsal ağırlık matrisine göre daha iyi sonuç vereceği düşünülen uzamsal ağırlık matrisleriyle (eşik, iki eşikli, KYA ağırlık matrisleri) gelir yakınsaması hipotezi Avrupa ülkeleri için incelenmiştir. Bu bağlamda mutlak yakınsama hipotezi sırasıyla; tesadüfi etkili uzamsal gecikme modeli, sabit etkili uzamsal gecikme modeli, tesadüfi etkili uzamsal Durbin model,

sabit etkili uzamsal Durbin model, tesadüfi etkili uzamsal hata modeli, sabit etkili uzamsal hata modeli, genelleştirilmiş tesadüfi etkili uzamsal hata modeli ve genel uzamsal model ile çözümlenmiştir.

Veri seti başlığında çalışmada kullanılan otuz altı ülkeye ait veri seti tanıtılmıştır. Bulgular başlığında çözümlemelere ait bulgulara yer verilmiştir. Tüm uzamsal modeller, 4 ayrı matris ile çözümlenmiştir. Uzamsal ekonometrik modellerde En Çok Olabilirlik yöntemi tercih edilmiştir. Çözümlemelerde STATA 14.0 paket programı kullanılmıştır.

Veri Seti

Çalışmada 36 Avrupa ülkesine ait 2000-2021 dönemi yıllık verileri kullanılmıştır. Çalışmaya dahil edilen Avrupa kıtasında yer alan ülkeler, uzamsal ağırlık matrislerinde kullanılan sıra numaralarına⁴ göre Tablo 1’de verilmiştir. İki eşikli uzamsal ağırlık matrislerinde Doğu Avrupa ülkelerinin ortalama değeri farklı bir eşik değeri, diğer Avrupa ülkelerinin ortalama değeri farklı bir eşik değeri olarak alındığı için Tablo 1’de Doğu Avrupa ülkeleri (D) ile belirtilmiştir.

Tablo 1

Çalışmaya Dahil Edilen Ülkeler

1. Arnavutluk (D)	13. Almanya	25. Polonya (D)
2. Avusturya	14. Yunanistan (D)	26. Portekiz
3. Belarus (D)	15. Macaristan (D)	27. Romanya
4. Belçika	16. İrlanda	28. Rusya Federasyonu (D)
5. Bosna Hersek (D)	17. İtalya	29. Sırbistan (D)
6. Bulgaristan (D)	18. Letonya	30. Slovak Cumhuriyeti (D)
7. Hırvatistan (D)	19. Litvanya	31. Slovenya (D)
8. Çek Cumhuriyeti (D)	20. Lüksemburg	32. İspanya
9. Danimarka	21. Moldova (D)	33. İsveç
10. Estonya	22. Hollanda	34. İsviçre
11. Finlandiya	23. Kuzey Makedonya (D)	35. Ukrayna (D)
12. Fransa	24. Norveç	36. Birleşik Krallık

Çalışmada, yakınsama hipotezine uygun olarak kişi başı GSYİH değişkeni ve bu değişkenden türetilen bağımlı ve bağımsız değişkenler kullanılmıştır. Üretilen mal ve hizmetlerin amortisman ve doğal kaynakların tükenmesine bağlı giderleri düşülmeden hesaplanan GSYİH, ekonomide bulunan tüm yerleşiklerin üretime kattığı brüt değerlerin, mal ve hizmet vergilerinin ve ürünlerin değerlerine katılmayan sübvansiyonların toplanmasıyla hesaplanmaktadır. Kişi başına düşen GSYİH ise, GSYİH’nin yıl ortasındaki nüfusa bölünmesiyle bulunur. Kişi başı GSYİH, sabit (2015) Amerikan doları cinsinden hesaplanmıştır.

Bulgular

Rey ve Montouri (1999), Arbia vd. (2005), Magalhães vd. (2005) Fingleton ve López-Bazo (2006), Egger ve Pfaffermayr (2006), Buccellato (2007) ve Arbia vd. (2010)’nın çalışmalarından yola çıkarak, yakınsama varsayımının uzamsal ekonometrik modellerle incelenmesine ilişkin denklem (25a) ve (25b)’deki gibi yazılabilir.

$$\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \alpha_i + \beta \ln y_{t,i} + \varphi \sum_{j=1}^n w_{ij} \ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) + \gamma W \ln y_{t,i} + \varepsilon_{t,i} \quad (25a)$$

⁴Sıra numaraları ülkelerin İngilizce isimlerinin alfabetik sırasına göre verilmiştir.

$$\varepsilon_{t,i} = \tau \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,i} + u_{ti} \quad (25)b$$

Bu bölümde eşitlik (25a) ve (25b) kullanılarak mutlak yakınsama varsayımı sırasıyla; tesadüfi etkili UGM, sabit etkili UGM, tesadüfi etkili UDM, sabit etkili UDM, tesadüfi etkili UHM, sabit etkili UHM, genelleştirilmiş tesadüfi etkili UHM ve GUM ile çözümlenmiştir. Tüm bu sayılan modeller komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan vezir komşuluğu (geleneksel ağırlık matrisi), eşik uzamsal modele ait ağırlık matrisi, iki eşikli uzamsal modele ait ağırlık matrisi ve komşu yönünden asimetrik uzamsal ağırlık matrislerine ithafen sırasıyla “vezir”, “eşik”, “iki eşikli” ve “KYA” diye nitelendirilen ağırlık matrisleriyle teker teker çözümlenmiş ve elde edilen bulgular karşılaştırılarak en iyi modele karar verilmiştir.

Çalışmanın temel odak noktası yeni uzamsal ağırlık matrislerinin ampirik performanslarını karşılaştırmak olduğundan, mutlak yakınsama denkleminin detaylı matematiksel türetimleri ve ön test sonuçları okuyucuya EK 1 ve EK 2 kapsamında sunulmuştur. Ayrıca, çalışmada kullanılan temel değişkenlerin yapısı gereği, makro-panel veri analizlerinde sıklıkla başvuru serilerin durağanlık sınamalarına (birim kök testlerine) gidilmemiştir. Literatürde kabul gören klasik mutlak yakınsama teorisinde (örn. Barro ve Sala-i-Martin, 1991, 1992), “başlangıçta düşük gelirli olan ekonomilerin yüksek gelirli olanları zamanla yakalaması” prensibinin sınanabilmesi için başlangıç gelir seviyesi değişkeninin düzey (seviye) formunda kullanılması teorik bir zorunluluktur. İstatistiksel durağanlığı sağlamak amacıyla serilerin farklarının alınması, yakınsama hipotezinin dayandığı iktisadi anlamı ve teorik kurguyu ortadan kaldırır. Bu yüzden çalışmada değişkenlerin orijinal düzey formları korunmuştur. Öte yandan, model tahminlerine geçilmeden önce değişkenler arasındaki uzamsal otokorelasyonun (yatay kesit bağımlılığının) tespiti için Moran’s I istatistikleri hesaplanmış olup, söz konusu tanısal ön testlerin detaylı sonuçları ve diğer bulgular okuyucuların incelemesi için EK 2’de sunulmuştur.

Kurulan modellerden UGM, UHM ve GUM arasındaki tercih LM istatistiklerine bakılarak yapılmaktadır (Burridge 1980; Bera ve Yoon, 1993; Anselin ve Florax, 1995; Anselin vd., 1996; Florax vd., 2003; Anselin, 2005; LeSage ve Pace, 2009). Hata terimlerinde bir uzamsal otokorelasyon barındırmayan UDM de bir uzamsal gecikme modeli olduğu için UGM’ye ait LM istatistiği ile değerlendirilmiştir. Modellere ait LM istatistiklerinin karşılaştırılması Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

Tablo 2. Modellerin LM İstatistiklerinin Karşılaştırılması

İstatistik	Mutlak Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
LM_{UGM}	1723.7377 ^a	3.14e+04 ^a	8608.0816 ^a	1.73e+05 ^a
LM_{UHM}	307.5447 ^a	22.7917 ^a	107.9647 ^a	307.5447 ^a
LM_{UGM}^*	2.18e+04 ^a	1.33e+05 ^a	5.51e+04 ^a	5.43e+05 ^a
LM_{UHM}^*	2.04e+04 ^a	1.01e+05 ^a	4.66e+04 ^a	3.70e+05 ^a
LM_{GUM}	1723.7377 ^a	1.33e+05 ^a	5.52e+04 ^a	5.43e+05 ^a

a: p<0.01

Tablo 2’ye göre tüm modellere ait LM ve dirençli LM istatistikleri %1 anlamlılık seviyesinde istatistiksel olarak anlamlıdır. UGM ile UHM modellerine ait LM istatistikleri karşılaştırıldığında UGM’ye ait LM istatistiklerinin UHM’ye ait LM istatistiklerinden daha büyük değerde olduğu görülmektedir. UGM’ye ait dirençli LM istatistikleri de UHM’ye ait dirençli LM istatistiklerinden büyüktür. GUM’a ait LM istatistikleri ise UGM ve UHM modellerine ait LM istatistiklerinden büyüktür. Dolayısıyla UGM, UHM ve GUM modelleri arasında GUM modeli diğer modellere tercih edilir.

Table 3*Önerilen Ağırlık Matrislerinin Karşılaştırılması (GUM ile çözülmüş)*

	Mutlak Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
$\hat{\beta}$	0.0273979 ^a	-0.0075378 ^b	0.0130021 ^a	0.0459422 ^a
$\hat{\varphi}$	-0.5061132 ^a	-0.2542048 ^a	-0.3168444 ^a	-0.2493165 ^a
$\hat{\tau}$	0.8635086 ^a	0.2893513 ^a	0.7858488 ^a	1.128981 ^a
Log-olabilirlik	2138.4233	1946.9790	2058.5708	2153.4933
AIC	-4268.847	-3885.958	-4109.142	-4298.987
SCH	-4251.18	-3868.291	-4091.475	-4281.32

a: $p < 0.01$, b: $p < 0.05$, c: $p < 0.10$ **Table 4***Tablo 4. Önerilen Ağırlık Matrislerinin Tüm Modeller İçin Karşılaştırılması (AIC)*

	Mutlak Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
UGM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UGM (Tesadüfi Etkiler)	1	4	3	2
UDM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UDM (Tesadüfi Etkiler)	1	4	3	2
UHM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UHM (Tesadüfi Etkiler)	2	4	3	1
UHM (Genelleştirilmiş Tesadüfi Etkiler)	2	4	3	1
GUM	2	4	3	1

Mutlak yakınsama hipotezi için vezir, eşik, iki eşikli ve KYA ağırlık matrisleriyle çözülen GUM modellerinin karşılaştırması Tablo 3'te verilmiştir. Modeller içerisinde en yüksek log-olabilirlik, en düşük AIC ve SCH değerlerine sahip olan model KYA ağırlık matrisi ile kurulan modeldir. KYA ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemeye göre, Avrupa'da gelir ıraksaması mevcuttur.

Önerilen 3 uzamsal ağırlık matrisinin performanslarını tüm modellerde karşılaştırabilmek adına, Tablo 4 oluşturulmuştur. Bu tabloda modellerin performansına göre sıralamaları (1,2,3,4) verilmiştir. Buna göre en düşük AIC değerlerini alan modeller 1, en yüksek AIC değerlerini alan modeller ise 4 değerini almıştır.

Tablo 4'e göre, modellerin çoğunda önerilen uzamsal ağırlık matrislerinden KYA uzamsal ağırlık matrisinin diğer matrislere göre daha iyi performans sergilediği görülmektedir. Eşik ve iki eşikli uzamsal ağırlık matrisi ile kurulan modellerin AIC değerlerine bakıldığında ise geleneksel ağırlık matrisi olan vezir ağırlık matrisi ile kurulan modelin performans olarak gerisinde kaldıkları söylenebilir.

Sonuç

Bu çalışma Avrupa'da gelir yakınsamasının dinamiklerini yeni uzamsal ağırlık matrisleri kullanarak incelemeyi amaçlamış ve bu süreçte elde edilen bulgular önemli sonuçlar ortaya koymuştur. Çalışmanın temel bulguları ekonomik büyüme ve gelir dağılımı arasındaki ilişkilerin uzamsal boyutlarını aydınlatmakta ve gelir yakınsamasının yalnızca ekonomik faktörlerle değil, aynı zamanda coğrafi ve sosyal etkileşimlerle şekillendiğini göstermektedir.

Uzamsal ağırlık matrislerine yenilikçi yaklaşımlar önerilmesinin amacı, uzamsal ekonometrik modelleri diğer ekonometrik modellerden ayıran ve komşuluk ilişkilerine dayanarak oluşturulan uzamsal ağırlık matrisini her komşunun etkisinin aynı olmaması durumuna göre şekillendirerek daha yüksek olabilirlik seviyeleri elde etmek ve kitle parametrelerinin tahminlerinde daha uygun sonuçlara ulaşabilmektir.

Çalışmada “yakınsama hipotezi”, Avrupa ülkeleri için 2000-2021 dönemine ait verilerle araştırılmıştır. Bu bağlamda mutlak yakınsama hipotezi “vezir”, “eşik”, “iki gruplu eşik” ve “komşu yönünden asimetrik” ağırlık matrisleriyle kurulan “sabit etkili” ve “tesadüfi etkili” panel veri modelleri ile “uzamsal gecikme modeli”, “uzamsal hata modeli”, “uzamsal Durbin model” ve “genel uzamsal model” için test edilmiştir.

Çalışmada 4 farklı ağırlık matrisi ile 32 farklı model kurulmuştur. Mutlak yakınsama varsayımını sınavan modellerden genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellerde hata terimlerine ait uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayının ya da β katsayısının genellikle istatistiksel olarak anlamsız olduğu görülmektedir. Buna karşılık tesadüfi etkili UGM modeline ait uzamsal otokorelasyon katsayısı haricindeki katsayılar istatistiksel olarak anlamlıdır. Kurulan modellerin çoğunda β katsayısı ile uzamsal gecikme ve uzamsal hata otokorelasyonunu gösteren katsayılar pozitif bulunmuştur. Bu durumda Avrupa’da mutlak ıraksama vardır. Ayrıca ülkelerin büyüme değerleri komşu ülkelerin büyüme değerleriyle, kurulan modellerin hataları ise komşu ülke hatalarıyla pozitif yönlü ilişkilidir. Tahmin edilen denklemlerin hemen hemen tümünde sabit etkili modellerin log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, Akaike ve Schwarz bilgi kriteri değerlerinin de tesadüfi modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir.

Kurulan modellerden UGM, UHM ve GUM arasındaki tercih LM istatistiklerine bakılarak yapılmış ve GUM modelinin performansının diğer modellere göre daha üstün olduğu görülmüştür. Modeller içerisinde en yüksek log-olabilirlik, en düşük Akaike ve Schwarz bilgi kriteri değerlerine sahip olan modelin KYA ağırlık matrisi ile kurulan model olduğu belirlenmiştir. KYA ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemeye göre, Avrupa’da gelir ıraksaması mevcuttur.

Gelir ıraksamasının bulunması, Avrupa’da gelişmekte olan ülkelerin gelişmiş ülkeleri yakalamasından ziyade, aralarındaki ekonomik gelişmişlik farkının giderek açıldığını göstermektedir. Başlangıç anında düşük gelire sahip olan ülkeler, Neo-klasik modelin varsaydığı gibi zamanla başlangıç anında yüksek gelire sahip olan ülkelere yakınsamamış, aksine onlardan daha düşük bir büyüme gerçekleştirmişlerdir. Bu durum, Avrupa’da var olan eşitsizlik durumunun devam ettiğini veya daha kötü bir duruma geldiğini göstermektedir. Bu sonuçlar Paas ve Schlitte (2006), Vojinović ve Próchniak (2009), Nowak ve Kochkova (2011), Glawe ve Wagner (2021)’in sonuçlarıyla örtüşmekte; Borsi ve Metiu (2015), Bolea vd. (2018), Szendi (2024) ve Alemu vd. (2024)’nin sonuçlarıyla çelişmektedir.

Avrupa kıtasında gözlemlenen gelir ıraksaması bağlamında, daha az gelişmiş bölgelerin daha zengin bölgelerde ortaya çıkan yenilikleri etkili bir biçimde benimseme fırsatlarını artırarak ekonomik büyümelerini desteklemek kritik öneme sahiptir. Bu hedefe ulaşmak için yerel insan sermayesine sistematik yatırımlar yapılması ve iş gücü mobilitesinin teşvik edilmesi gerekmektedir. Gelecekte, bu sorunların çözümü için uluslararası iş birliği ve sürdürülebilir politikaların geliştirilmesi büyük önem taşımaktadır.

Çalışmanın bulguları, Avrupa’da gelir eşitsizliklerinin azaltılması için politika yapımcıların dikkate alması gereken önemli noktaları içermektedir. Özellikle, yerel ekonomik koşulların ve sosyal yapının göz önünde bulundurulması, etkili stratejilerin geliştirilmesi için kritik bir unsur olarak öne çıkmaktadır. Ayrıca uzamsal analizlerin sağladığı derinlik gelir yakınsamasının yalnızca ekonomik değil aynı zamanda toplumsal uyum açısından da önem taşıdığını ortaya koymaktadır.

Önerilen ağırlık matrisleri açısından modeller incelendiğinde modellerin çoğunda KYA ağırlık matrisi ile oluşturulan modellerin en düşük AIC değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Eşik ve iki eşikli uzamsal ağırlık matrisi ile kurulan modellerin AIC değerleri, bu matrislerin performansının geleneksel ağırlık matrisi

ile kurulan modellerin performansından daha geride olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla önerilen eşik, iki eşikli ve KYA ağırlık matrislerinden sadece KYA ağırlık matrisinin geleneksel ağırlık matrisinden daha iyi sonuç verdiğine ilişkin bulgulara ulaşılmıştır.

Bu çalışmada, uzamsal ekonometrik yöntemlerle çalışma yapılırken herhangi bir birimin kendi değerinden daha yüksek ya da daha düşük değerli komşu gözlem değerlerinin uzamsal etkisinin diğer komşu birimlerden daha farklı olabileceği gösterilmiştir. Bu sebeple, daha yüksek log-olabilirlik değerleri elde ederek daha iyi tahminlerde bulunmak için bu çalışmada önerilen KYA uzamsal ağırlık matrisinin yapılacak olan uzamsal ekonometrik çalışmalarda kullanılması faydalı olacaktır.

Sonuç olarak bu çalışma Avrupa’da gelir yakınsamasının incelenmesinde yenilikçi bir yaklaşım sunmuş ve mevcut literatüre katkıda bulunmuştur. Gelecek çalışmalarda genelleştirilmiş momentler metodu (GMM) ve iki aşamalı EKK (2AEKK) gibi farklı çözüm metodları, dinamik uzamsal ekonometrik analiz gibi yeni uzamsal yöntemler, farklı örneklemeler (Asya ülkeleri, Amerika ülkeleri vb.), farklı dönemler ve farklı ağırlık matrisleri kullanılabilir. Böylelikle bu çalışmada bulunan bulgular derinleştirilerek, farklı bölgelerdeki gelir dinamikleri daha kapsamlı bir şekilde ele alınabilir. Bu sayede ekonomik eşitsizliklerin azaltılmasına yönelik daha etkili politikalar geliştirilmesine katkıda bulunulabilir. Ayrıca farklı iktisadi teoremler denenerek önerilen ağırlık matrislerinin başarılarına ilişkin daha güçlü bulgular elde edilebilir.



Hakem Değerlendirmesi	Dış bağımsız.
Yazar Katkısı	Çalışma Konsepti/Tasarımı: S.Y.; Veri Toplama: S.Y.; Veri Analizi /Yorumlama: S.Y., Z.A.; Yazı Taslağı: S.Y.; İçeriğin Eleştirel İncelemesi: Z.A.; Son Onay ve Sorumluluk: S.Y., Z.A.; Malzeme ve Teknik Destek: S.Y.; Süpervizyon: Z.A.
Çıkar Çatışması	Yazar çıkar çatışması bildirmemiştir.
Finansal Destek	Yazar bu çalışma için finansal destek almadığını beyan etmiştir.

Peer Review	Externally peer-reviewed.
Author Contributions	Conception/Design of Study: S.Y.; Data Acquisition: S.Y.; Data Analysis/Interpretation: S.Y., Z.A.; Drafting Manuscript: S.Y.; Critical Revision of Manuscript: Z.A.; Final Approval and Accountability: S.Y., Z.A.; Technical or Material Support: S.Y.; Supervision: Z.A.
Conflict of Interest	The author has no conflict of interest to declare.
Grant Support	The author declared that this study has received no financial support.

Yazar Bilgileri	Sinan Yıldırım (Dr.)
Author Details	¹ Karadeniz Technical University, Institute of Social Sciences, Trabzon, Türkiye  0000-0001-7749-7746  sinanyildirim@ktu.edu.tr

	Zehra Abdioğlu (Prof. Dr.)
	² Karadeniz Technical University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Department of Econometrics, Trabzon, Türkiye  0000-0002-1653-2840 



Kaynakça | References

- Abramovitz, Moses (1986), Catching Up, Forging Ahead, and Falling Behind, *The Journal of Economic History*, 46(2), 385-406.
- Alemu, S., Udvari, B., ve Kotosz, B. (2024). Income convergence in Central and Eastern Europe: Evidence from cross-country panel data analysis. *Acta Oeconomica*, 74(3), 329-357.
- Anselin, L. (1988). *Spatial econometrics: methods and models* (Vol. 4). Springer Science & Business Media.
- Anselin, L. (1992). *Spatial data analysis with GIS: An introduction to application in the social sciences*. <https://escholarship.org/uc/item/58w157nm> (Erişim tarihi: 21 Mart 2024).
- Anselin, L. (2005). *Exploring spatial data with GeoDaTM: A workbook*. Center for Spatially Integrated Social Science.
- Anselin, L., Bera, A. K., Florax, R. J., ve Mann, Y. (1996). Simple diagnostics tests for spatial dependence. *Regional Science and Urban Economics*, 26, 77-104.
- Anselin, L., ve Florax, R. J. G. M. (1995). New directions in spatial econometrics: Introduction. In *New directions in spatial econometrics* (ss. 3-18). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Arbia, G. (2006). *Spatial econometrics: Statistical foundations and applications to regional convergence*. Springer Science & Business Media.
- Arbia, G., vd. (2005). Using spatial panel data in modelling regional growth and convergence. *Istituto di Studi e Analisi Economica*, Working Paper No. 55.
- Arbia, G., vd. (2010). Institutions and geography: Empirical test of spatial growth models for European regions. *Economic Modelling*, 27(1), 12-21.
- Baktemur, Fatma İdil ve Özmen, Mehmet (2017), Gelişmiş AB Ülkeleri İçin İşsizlik Yakınsamasının Mekansal Ekonometrik Analizi, *Finans Politik ve Ekonomik Yorumlar*, (626), 33-42.
- Barro, R. J. ve Sala-i-Martin, X. (1990), Economic Growth and Convergence Across the United States, *NBER Working Paper Series*, Working Paper No: 3419, A.B.D.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (1992a), Convergence, *Journal of Political Economy*, 100(2), 223-251.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (1992b), Regional Growth and Migration: A Japan-United States Comparison, *Journal of the Japanese and International Economies*, 6(4), 312-346.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (1995), *Economic Growth Theory*, Boston: McGraw-Hill.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (1998), *Economic Growth*, MIT press.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (2003), *Economic Growth*, MIT press.
- Barro, Robert J. vd. (1991), Convergence Across States and Regions, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1991(1), 107-182.
- Baumol, William J. (1986), Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What The Long-Run Data Show, *The American Economic Review*, 76(5), 1072-1085.
- Bayer, Christian ve Juessen, Falko (2007), Convergence in West German Regional Unemployment Rates, *German Economic Review*, 8(4), 510-535.
- Beenstock, M., ve Felenktesin, D. (2019). *The econometric analysis of non-stationary spatial panel data*. Springer International Publishing.
- Bell, K. P., ve Bockstael, N. E. (2000). Applying the generalized-moments estimation approach to spatial problems involving micro-level data. *Review of Economics and Statistics*, 82(1), 72-82.
- Bera, A. K., ve Mann, J. Y. (1993). Specification testing with locally misspecified alternatives. *Econometric Theory*, 9(4), 649-658.
- Biles, J. J. (2003). Using spatial econometric techniques to estimate spatial multipliers: An assessment of regional economic policy in Yucatán, Mexico. *Review of Regional Studies*, 33(2), 121-141.
- Bodson, P., ve Peeters, D. (1975). Estimation of the coefficients of a linear regression in the presence of spatial autocorrelation: An application to a Belgian labour-demand function. *Environment and Planning A*, 455-472.
- Bolea, L., vd. (2018). From convergence to divergence? Some new insights into the evolution of the European Union. *Structural Change and Economic Dynamics*, 47, 82-95.
- Borsi, M. T., ve Metiu, N. (2015). The evolution of economic convergence in the European Union. *Empirical Economics*, 48, 657-681.
- Buccellato, T. (2007). Convergence across Russian regions: A spatial econometrics approach. *Economics Working Paper*, No. 72.
- Busetti, Fabio vd. (2006), Inflation Convergence and Divergence within The European Monetary Union, *European Central Bank Working Paper Series*, No: 574
- Burridge, P. (1980). On the Cliff-Ord test for spatial correlation. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 42(1), 107-108.

- Ceylan, Reşat (2010), Yakınsama Hipotezi: Teorik Tartışmalar, *Sosyoekonomi*, 11(11), 47-60.
- Cliff, A., ve Ord, J. K. (1969). The problem of spatial autocorrelation. In A. J. Scott (Ed.), *Studies in regional science* (London papers in regional science, ss. 25-55). Pion.
- Cliff, A., ve Ord, J. K. (1973). *Spatial autocorrelation*. London: Pion.
- Cliff, A., ve Ord, J. K. (1981). *Spatial processes: Models and applications*. Pion.
- Cressie, N. A. C. (1993). *Statistics for spatial data*. Wiley.
- Çınar, İbrahim Tuğrul (2016), Türkiye'de Bölgeler Arası İşgücü Verimliliğinin Yakınsaması 2005-2011 Arası Mekansal Panel Veri Analizi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dumlupınar Üniversitesi.
- Darmofal, D. (2006). Spatial econometrics and political science. *Society for Political Methodology Working Paper Archive*. <http://polmeth.wustl.edu/workingpapers.php>.
- De Long, J. Bradford (1988), Productivity Growth, Convergence, and Welfare: Comment, *The American Economic Review*, 78(5), 1138-1154.
- Dowrick, Steve ve Nguyen, Duc-Tho (1989), OECD Comparative Economic Growth 1950-85: Catch-Up and Convergence, *The American Economic Review*, 79(5), 1010-1030.
- Egger, P., ve Pfaffermayr, M. (2006). Spatial convergence. *Papers in Regional Science*, 85(2), 199-215.
- Elhorst, J. P. (2010). Applied spatial econometrics: Raising the bar. *Spatial Economic Analysis*, 5(1), 9-28.
- Elhorst, J. P. (2014). *Spatial econometrics: From cross-sectional data to spatial panels*. Heidelberg: Springer.
- Elmslie, Bruce Truitt (1995), Retrospectives: The Convergence Debate Between David Hume and Josiah Tucker, *Journal of Economic Perspectives*, 9(4), 207-216.
- Fingleton, B. (2001). Equilibrium and economic growth: Spatial econometric models and simulations. *Journal of Regional Science*, 41(1), 117-147.
- Fingleton, B., ve López-Bazo, E. (2006). Empirical growth models with spatial effects. *Papers in Regional Science*, 85(2), 177-198.
- Florax, R. J., Folmer, H., ve Rey, S. J. (2003). Specification searches in spatial econometrics: The relevance of Hendry's methodology. *Regional Science and Urban Economics*, 33(5), 557-579.
- Geary, R. C. (1954). The contiguity ratio and statistical mapping. *The Incorporated Statistician*, 5(3), 115-146.
- Gerschenkron Alexander (1952), Economic Backwardness in Historical Perspective, in Bert F. Hoselitz (Ed.), *The Progress of Underdeveloped Areas*. University of Chicago Press.
- Glawe, L., ve Wagner, H. (2021). Divergence tendencies in the European integration process: A danger for the sustainability of the E (M) U? *Journal of Risk and Financial Management*, 14(3), 104.
- Görür, Ç., ve Yüzbaşı, B. (2024). Study of the factors influencing cultural similarity in the post-migration adaptation process in the province of van using the GWR method. *Journal of Geography*, (48), 137-154.
- Grier, Kevin B., ve Tullock, Gordon (1989), An Empirical Analysis of Cross-National Economic Growth, 1951-1980, *Journal of Monetary Economics*, 24(2), 259-276.
- Hardy, Godfrey Harold (1949), *Divergent Series*, Clarendon Press, Oxford.
- Holmes, Mark J. (2002), Panel Data Evidence on Inflation Convergence in The European Union, *Applied Economics Letters*, 9(3), 155-158.
- Islam, Nazrul (1998), Convergence: Variation in Concept and Empirical Results, Department of Economics Emory University, *Emory College of Arts and Sciences*, Atlanta, 1-60.
- Islam, Nazrul (2003), What Have We Learnt From The Convergence Debate?, *Journal of Economic Surveys*, 17(3), 309-362.
- Janowitz, Morris (2017), *The Professional Soldier: A Social and Political Portrait*, Simon and Schuster.
- Karaalp, Hacer Simay (2008), Türkiye'de Sektörel Yığılımlar ve Bölgeler Arası Yakınsamaya Etkisi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi.
- Koçenda, Evzen ve Papell, David H. (1997), Inflation Convergence Within The European Union: A Panel Data Analysis, *International Journal of Finance & Economics*, 2(3), 189-198.
- Leenders, R. T. A. J. (2002). Modeling social influence through network autocorrelation: Constructing the weight matrix. *Social Networks*, 24(1), 21-47.
- LeSage, J. P. (1999). *The theory and practice of spatial econometrics*. University of Toledo.
- LeSage, J., ve Pace, R. K. (2009). *Introduction to spatial econometrics*. Chapman and Hall/CRC.
- Magalhães, A., vd. (2005). Spatial dependence and regional convergence in Brazil. *Investigaciones Regionales*, 6, 5-20.
- Mankiw, N. Gregory vd. (1992), A Contribution to The Empirics of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 407-437.
- Moran, P. A. (1948). The interpretation of statistical maps. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 10(2), 243-251.
- Moran, P. A. (1950). Notes on continuous stochastic phenomena. *Biometrika*, 37, 17-23.

- Morris, Simon Conway (2003), *Life's Solution: Inevitable Humans in a Lonely Universe*, Cambridge University Press.
- Nowak, J., ve Kochkova, O. (2011). Income, culture, and household consumption expenditure patterns in the European Union: Convergence or divergence? *Journal of International Consumer Marketing*, 23(3-4), 260-275.
- Paas, T., ve Schlitte, F. (2006). Regional income disparities: Convergence or divergence within the EU-25. In *14th Inforum Conference*, Traunkirchen, Austria.
- Paelinck, J., ve Klaassen, L. (1979). *Spatial econometrics*. Saxon House.
- Rey, S. J., ve Montouri, B. D. (1999). US regional income convergence: A spatial econometric perspective. *Regional Studies*, 33(2), 143-156.
- Ripley, B. D. (1981). *Spatial statistics*. Wiley.
- Romer, David (1996), *Advanced Macroeconomics*, The McGraw-Hill Companies.
- Sala-i-Martin Xavier (1996), The Classical Approach to Convergence Analysis, *The Economic Journal*, 106(437), 1019-1036.
- Solow, Robert M. (1956), A Contribution to The Theory of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65-94.
- Stakhovych, S., ve Bijmolt, T. H. A. (2008). Specification of spatial models: A simulation study on weights matrices. *Papers in Regional Science*, 88, 389-409.
- Szendı, D. (2024). Testing the validity of spatial beta convergence for the countries of Southern Europe. *Theory, Methodology, Practice-Review of Business and Management*, 20(02), 55-67.
- Vojinović, B., ve Próchniak, M. (2009). Divergence period in the European convergence process. *Transition Studies Review*, 15, 685-700.
- Yılğör, M. (2019). *Mekansal ekonometri*. DER Yayınları.
- Yüzbaşı, B., ve Görür, Ç. (2026). Analysis of Van province's migration from Iran by geographically weighted regression method. *Uluslararası İlişkiler Dergisi*, 23(89), 27-49. doi: <https://doi.org/10.33458/uidergisi.1853672>.

Ek | Appendix

EK 1. YAKINSAMA HİPOTEZİ: TEORİK ALTYAPI

Yakınsama, durağan durumda olan ya da kendisi de belli bir hedefe yaklaşmakta olan bir hedef ile aradaki ortak ölçü birimi cinsinden olan mesafeyi kapatma anlamında kullanılmaktadır. Bu durumda yakınsayan ile kendisine yakınsama eylemi gerçekleştirilen arasındaki mesafe son derece küçülecek fakat yakınsayan ile yakınsanan asla kesişmeyecektir. Yakalama kavramı ise, yakınsama aşamasının sonuna gelindiğini ve yakınsayan ile yakınsananın bir noktada kesiştiği durumu ifade eder. Yakınsama olgusunun tersi bir durum söz konusu olduğunda ise ıraksama gerçekleşmiş olur.

Çoğu bilim alanında birbirine yakınsayan değişkenler bulunabilmektedir. Dolayısıyla yakınsama kavramı birçok bilim alanında kullanılmaktadır. Örneğin Janowitz (1971)'in ordu personelinin sosyal hayata daha çok uyum sağlaması suretiyle askeri güçlerle sivil toplumun bütünleşmesi konusundaki düşünceleri sosyolojik yakınsama olarak ifade edilebilir. İlaveten, ıraksak seri – yakınsak seri kavramları matematikteki yakınsamaya (Hardy, 1949), yakın akrabalık ilişkisi olmadığı halde soyların biyolojik özelliklerinin birbirine benzer olması durumunda kullanılan yakınsak evrim kavramı biyolojik yakınsamaya (Morris, 2003) örnektir. Merceklerdeki ışınların birbirine yaklaşmasını ölçmede kullanılan ve odak uzaklığın tersi olarak hesaplanan yakınsama kavramı ise optik bilimindeki yakınsamaya örnek olarak gösterilebilir.

İktisadi anlamda yakınsama kavramı genellikle gelir yakınsaması için kullanılmaktadır. Bununla birlikte, yakınsama kavramı iktisadi literatürde sadece ekonomik büyüme yakınsaması ile sınırlı kalmamıştır. Ekonomik büyüme yakınsamasına ilaveten zamanla işsizlik yakınsaması (Bayer ve Juessen, 2007; Tyrowicz ve Wójcik, 2009; Baktemur ve Özmen, 2017 vb.), enflasyon yakınsaması (Koçenda ve Papell, 1997; Holmes, 2002; Busetti vd., 2006 vb.) gibi yakınsama kavramlarının da literatürde sıklıkla kullanıldığı bilinmektedir.

İktisadi yakınsama hipotezinin fikri alt yapısını oluşturan düşünceler 18. yüzyıla dayanmaktadır. David Hume'a (18.yy) göre, ekonomiler arası yakınsama ekonomik büyüme sürecinin doğal bir neticesidir (Elmslie, 1995:208). 19. yüzyılın başlarında Veblen, teknolojinin gelişmiş ekonomiden az gelişmiş olana doğru oluşacak hareketinin az gelişmiş ekonomilerin gelişmiş ekonomilere yakınsamasıyla sonuçlanacağını vurgulamıştır (Ceylan, 2010:50). Ayrıca Gerschenkron (1952), teknolojik olarak geride bulunmanın bir ekonomiye dezavantaj değil avantaj sağladığını ifade ederek yakınsama düşüncesine katkıda bulunmuştur. Ancak iktisadi anlamda yakınsamaya ilişkin kullanılan modern modellerin öncüsü, temeli Solow (1956) ve Swan (1956) tarafından atılan Neo-klasik büyüme modelidir.

Neo-klasik büyüme modeline göre, her ülke belli bir ekonomik büyüme seviyesine ulaşacak ve sonraki süreçte ekonomik büyüme seviyesi durağan seviyede seyredecektir. Dolayısıyla belli bir başlangıç anından itibaren nispeten düşük gelirli/fakir ülkeler, yüksek gelirli/zengin ülkelere yakınsayacak ve fakir ülkelerin ekonomik büyüme seviyeleri zengin ülkelerin ekonomik büyüme seviyelerine yaklaşacaktır.

Yakınsama Varsayımının Ortaya Çıkışı

Ekonomik büyüme, ekonomik gelişmişlik durumu fark etmeksizin tüm ülkelerin en önemli ve temel ekonomik amaçlarından biri olmuştur. Bu amaç doğrultusunda çalışmalarını şekillendiren ülkeler, amaçlarını ne ölçüde gerçekleştirebildiklerine göre sınıflandırılmaktadır. Bu sınıflamaya göre bazı ülkeler gelişmiş, bazıları gelişmekte olan ve bazıları ise az gelişmiş ülke olarak nitelendirilmektedir. Az gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerin cevabını aradığı soru, ekonomik büyüme amaçlarını gerçekleştirmeye çalışırken neden gelişmiş ülkelere geride kaldıkları yönündeki sorudur. Neden, bazı ülkeler diğerlerine göre daha fakirdir? Neden bazı ülke ya da bölgeler diğerlerine göre daha hızlı bir şekilde ekonomik olarak büyümek-

tedir? Neden bazı ülkeler ekonomik büyüme yarışında diğer ülkelerin gerisinde kalmıştır? Ekonomik büyüme kuramcıları, bu sorulara cevap bulmak amacıyla varsayımlar geliştirmeye çalışmışlardır.

Neo-klasik büyüme kuramı nüfus, teknoloji, tasarruf ve yatırımları ekonominin dışsal belirleyicileri olarak nitelendirmiştir. Bazı ülkelerin (bölgelerin) diğerlerinden daha zengin ya da fakir olma nedenlerini, bazı ülkelerin (bölgelerin) daha hızlı kalkınma sebeplerini, başlangıçta nispeten daha zengin olan ülkelerin büyüme yarışında hız kesmeye başlamasına rağmen başlangıçta nispeten daha fakir olan ülkelerin ekonomik büyüme hızını artırarak yollarına devam etme nedenlerini incelemiştir. Sonuç olarak, başlangıçta nispeten daha fakir olan bölgenin ekonomik büyüme hızının zaman içerisinde başlangıçta nispeten daha zengin olan bölgenin ekonomik büyüme hızına yakınsayacağı düşüncesi ortaya konmuştur (Solow,1956; Swan, 1956).

Neo-klasik düşüncede yakınsama kavramının arkasında sermayenin azalan marjinal getiriye sahip olduğu varsayımı yatmaktadır. Buna göre başlangıçta daha az sermayeye sahip olan nispeten fakir ülkelerde 1 birimlik ilave sermayenin getirisi, başlangıçta daha çok sermayeye sahip olan nispeten zengin ülkelerdeki 1 birimlik ilave sermayenin getirisinden çok daha fazla olacaktır. Örneğin hiç otomobil fabrikası olmayan veya nispeten az sayıda otomobil fabrikası olan bir ülkeye açılacak bir otomobil fabrikasının sermaye başına getirisi yüksek olacakken, halihazırda çok sayıda otomobil fabrikası olan bir ülkeye yapılacak yeni bir otomobil fabrikasının sermaye başına getirisi daha düşük olacaktır. Yine aynı mantıkla, sermayenin azalan marjinal getirisi varsayımı gereği, bu örnekteki ülkelere ilave olarak açılacak otomobil fabrikalarının getirisi her seferinde düşecektir. Dolayısıyla başlangıçta aynı ilave sermaye ile daha yüksek getiri elde eden nispeten fakir ülke zamanla zenginleşecek, başlangıçta aynı ilave sermaye ile daha düşük getiri elde eden nispeten zengin ülke ise zamanla bir durağan dengeye doğru hareket edecektir. Bu durumda başlangıçta fakir olan ülkenin ekonomik göstergelerinin başlangıçta zengin olan ülkenin ekonomik göstergelerine yakınsayacağı söylenebilir.

Neo-klasik büyüme modelinin diğer varsayımları ise şu şekilde sıralanabilir (Ateş, 1996:3'ten aktaran: Karaalp, 2008):

1. Girdiler ve finansal varlıklar hane halkına aittir.
2. Üretimde tek sektör bulunmaktadır.
3. Üretim teknolojisi açısından ölçeğe göre sabit getiri mevcuttur.
4. Teknoloji dışsaldır. Dolayısıyla dışardan veri olarak alınır, modeldeki bir değişkene bağlı olarak değişmez.
5. Hane halkları, firmaların ihtiyacı olan sermayeyi ve işgücünü arz ederler. Sonuç olarak elde edilen çıktıyı da hane halkları ve firmalar satın alır.
6. Mal ve faktör piyasalarında eksik rekabet yoktur. Tam rekabet koşulları işlemektedir.
7. Ekonomide devlet yoktur. Ekonomi, dışı kapalıdır. Bu yüzden tasarruflar yatırımlara eşittir.

Tüm bu varsayımlar altında Solow modelinde çıktı fonksiyonu aşağıdaki Cobb – Douglas tipi üretim fonksiyonu aracılığıyla açıklanır (Solow, 1956):

$$Y = F(K, L) = AK^{\alpha}L^{\beta} \quad 1.1$$

Burada Y, toplam çıktıyı; K, sermaye birikimini ve L, emeği ifade etmektedir. Bu durumda Y, K ve L'nin bir fonksiyonudur. α , üretim sürecinde sermayeye ait elastikiyeti; β üretim sürecinde emeğe ait elastikiyeti ve A ise mevcut teknoloji seviyesini göstermektedir. Modelde ölçeğe göre sabit getiri varsayıldığından $\alpha + \beta = 1$ olmalıdır. Dolayısıyla β yerine $1 - \alpha$ yazılabilir. Bu şekilde (1.1) eşitliği (1.2)'deki gibi ifade edilebilir.

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \quad 1.2$$

Nüfus artışı sabit bir hızda (n) artmaktadır ve dışsaldır. Dolayısıyla L (1.3) numaralı eşitlikteki gibi yazılabilir (Çınar, 2016:5).

$$\frac{\dot{L}}{L} = n \quad 1.3$$

Bu dış ülkelere kapalı ekonomi modelinde üretimden elde edilen tüm gelir tüketim ve yatırım mallarına harcanmaktadır. Tasarrufların her zaman yatırımlara eşit olduğu varsayımından hareketle, yaratılan gelirin marjinal tasarruf eğilimi (s) ile çarpılması sonucunda elde edilen sonuç yatırımların brüt tutarı olur. Bu brüt yatırımlardan aşınma miktarı yani amortismanlar çıkarılırsa geriye net yatırımlar kalır. Yatırım malları aşınma oranı δ ile gösterilirse, bu durumda net yatırımlar (1.4)'teki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{K} = sY - \delta K \quad 1.4$$

Bu ifadenin iki tarafı K 'ya bölündüğünde (1.5) numaralı eşitliğe ulaşılır.

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{sY}{K} - \delta \quad 1.5$$

Bu durumda (1.6) numaralı eşitlik yazılabilir (Arbia, 2006:9).

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{K} - n = \frac{sY}{K} - \delta - n = sy - k(\delta + n) \quad 1.6$$

Solow modelinde, emek başına çıktığı elde etmek için (1.2) eşitliği L 'ye bölünerek (1.7)'ye ulaşılır.

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{AK^\alpha L^{1-\alpha}}{L} = AK^\alpha L^{-\alpha} = AK^\alpha L^{-\alpha} = A \frac{K^\alpha}{L^\alpha} = Ak^\alpha \quad 1.7$$

(1.7)'de $y = \frac{Y}{L}$, kişi başına çıktıyı; $k = \frac{K}{L}$ ise kişi başına sermayeyi göstermektedir. (1.7) eşitliği (1.6) eşitliğinde y yerine yazıldığında (1.8) numaralı eşitlik elde edilir (Arbia, 2006:10):

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk^\alpha - k(\delta + n) \quad 1.8$$

Durağan durum denge değeri için (1.8) eşitliği sıfıra eşitlenir ve bu eşitlikten hareketle emek başına sermayenin durağan durum denge değerine ulaşılır (Çınar, 2016:5).

$$k^* = \left(\frac{sA}{\delta+n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad 1.9$$

(1.9) eşitliği, denge durumunda tasarruf oranı arttıkça emek başına sermayenin de artacağını, nüfus artışı arttıkça da emek başına sermayenin azalacağını göstermektedir. Dolayısıyla emek başına sermaye, tasarruf oranı ile doğru orantılıyken nüfus artış hızı ile ters orantılıdır. Durağan durum dengesinde oluşacak çıktı miktarı ise (1.9) eşitliğinin (1.7) eşitliğinde k yerine koyulmasıyla elde edilir.

$$y^* = A \left[\left(\frac{sA}{\delta+n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^\alpha \quad 1.10a$$

$$y^* = A \left(\frac{sA}{\delta+n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{AA^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{(\delta+n)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} = A^{\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)} s^{\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)} (\delta+n)^{\left(\frac{-\alpha}{1-\alpha}\right)} \quad 1.10b$$

(1.10b) eşitliğinin her iki tarafının logaritması alındığında (1.11) numaralı eşitlik elde edilir.

$$\log(y^*) = \frac{\log(A)}{1-\alpha} + \frac{\alpha}{1-\alpha} \log s - \frac{\alpha}{1-\alpha} \log(\delta + n) \quad 1.11$$

$\frac{\log(A)}{1-\alpha} = \beta_0$, $\frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta_1$ ve $-\frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta_2$ alınırsa (1.11) eşitliği (1.12)'deki gibi regresyon biçimine dönüştürülmüş olur.

$$E[\log(y_i) | X] = \beta_0 + \beta_1 \log s + \beta_2 \log(\delta + n) \quad 1.12$$

(1.12) numaralı regresyonun tahmininde β_0, β_1 ve β_2 katsayılarının istatistiksel olarak anlamlı bulunması beklenmektedir. Bununla birlikte β_0 'ın pozitif, β_1 ve $|\beta_2|$ 'nin ise istatistiksel olarak birbirine eşit olması gerekir (Çınar, 2016:6).

Bu durağan durum denge denklemi teknolojik büyüme hızı da dikkate alınarak tekrar oluşturulabilir. (1.3) eşitliğinde olduğu gibi emek faktörü için yazılan eşitlik teknoloji için de yazılacak olursa, g sabit orandaki üstel büyüme hızını göstermek üzere (1.13)'teki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\dot{A}}{A} = g \quad 1.13$$

İşgücü başına sermaye $k = \frac{K}{L}$, teknoloji başına tekrar hesaplanır ise “etkin işgücü başına sermaye” bulunmuş olur. Bu durumda $k, k = \frac{K}{AL}$ şeklinde yeniden yazılır. $\dot{k}$ için zincir kuralı uygulanarak (1.14) numaralı eşitliğe ulaşılır (Romer, 1996:12).

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= \frac{\dot{K}(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{[A(t)L(t)]^2} [A(t)\dot{L}(t) + L(t)\dot{A}(t)] \\ &= \frac{\dot{K}(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} - \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} \end{aligned} \quad 1.14$$

$\frac{K}{AL} = k, \frac{\dot{L}}{L} = n, \frac{\dot{A}}{A} = g$ ve eşitlik (1.4) de eşitlik (1.14)'te yerlerine yazılırsa (1.15) eşitliği elde edilir.

$$\dot{k}(t) = \frac{sY(t) - \delta K(t)}{A(t)L(t)} - k(t)n - k(t)g = s \frac{Y(t)}{A(t)L(t)} - \delta k(t) - nk(t) - gk(t) \quad 1.15$$

(1.15)'da $Y/AL = f(k)$ şeklinde yeniden düzenlenirse (1.8) eşitliği (1.16)'daki gibi dönüşür.

$$\dot{k}(t) = sf\{k(t)\} - k(t)(\delta + n + g) \quad 1.16$$

(1.16) eşitliği, Solow büyüme modelinin özünü oluşturmaktadır. Etkin işgücü başına sermaye birikimi eşitliği diye adlandırılabilir olan bu eşitlik, iki terimin farkından oluşmaktadır. Birinci terim olan $sf(k)$, etkin işgücü başına gerçekleşen yatırım miktarını, ikinci terim $k(n + g + \delta)$ ise k 'yı olduğu düzeyde sabit tutabilmek için gereken yatırım miktarını göstermektedir. İkinci terim içerisindeki δk , etkin işgücü başına sermayenin sabit tutulabilmesi için öncelikle aşınan sermaye kadarlık bir yatırım yapılması gerektiğini ortaya koymaktadır. Aynı mantıkla yine ikinci terim içerisinde yer alan $k(n + g)$, etkin işgücü başına sermayeyi sabit tutabilmek için $(n + g)$ oranında artan etkin işgücü miktarı kadarlık bir yatırım yapılması gerekliliğini ortaya koymaktadır (Romer, 1996:13).

Teknoloji üstel büyüme hızını ifade eden g 'nin de dahil edilmesiyle (1.8) eşitliği (1.16) şeklinde yazılmıştı. Aynı şekilde durağan denge durumunda etkin işgücü başına sermaye stokunu gösteren (1.9), durağan durum dengesinde oluşacak çıktı miktarı (1.10) ve durağan durum dengesi çıktı miktarının logaritmik denklemini gösteren (1.11) eşitlikleri teknoloji üstel büyüme hızı g 'nin de dahil edilmesiyle sırasıyla (1.17) ve (1.18)'de gösterilmiştir (Karaalp, 2008:145).

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad 1.17$$

$$y^* = A \left[\left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^\alpha \quad 1.18a$$

$$\log(y^*) = \log(A) + \frac{\alpha}{1-\alpha} \log s - \frac{\alpha}{1-\alpha} \log(\delta + n + g) \quad 1.18b$$

Yakınsama Çeşitleri

Neo-klasik büyüme modelinin temelleri 1956 yılında Solow ve Swan tarafından atılmış olsa da modelin varsayımlarından olan yakınsama varsayımına ilişkin uygulamalar yıllar sonra daha geniş veri setlerinin elde

edilmesiyle ve yakınsama kavramının test edilebileceği formüllerin ve yöntemlerin geliştirilmesiyle birlikte test edilmeye başlanmıştır.

Yakınsama varsayımına ilişkin öncü çalışmaların başında Baumol (1986)'un çalışması gösterilebilir. Bu çalışma “ β yakınsaması” ve “ σ yakınsaması” kavramlarının temel dayanağı olarak görülmektedir. Bununla birlikte Abramovitz (1986), De Long (1988), Dowrick ve Nguyen (1989), Grier ve Tullock (1989), Barro vd. (1991), Barro ve Sala-i-Martin (1990, 1992a, 1995) ve Mankiw vd. (1992) çalışmaları sonrasında yakınsama hipotezi ekonomik büyüme literatüründe önemli bir yer tutmaya başlamıştır.

Yakınsama kavramı önceleri β yakınsaması ve σ yakınsaması şeklinde bir ayrıma tabi tutulsa da zaman içerisinde yakınsama kavramı için kullanılan tanımlamalar çeşitlenmiştir. Bu tanımlamalardan sıklıkla kullanılanları şunlardır (İslam, 1998:1):

- Ülke içindeki yakınsama – ülkeler arasındaki yakınsama
- Büyüme oranı bakımından yakınsama – gelir seviyeleri bakımından yakınsama
- β yakınsaması – σ yakınsaması
- Mutlak yakınsama –koşullu yakınsama
- Tek durağan durum dengesine yakınsama – kulüp içi dengesine doğru yakınsama (kulüp yakınsaması)
- Gelir/büyüme yakınsaması – toplam faktör verimliliği açısından yakınsama
- Deterministik yakınsama – Stokastik yakınsama

β Yakınsaması

Temeli ilk olarak Baumol (1986) tarafından atılmış olsa da β yakınsaması kavramını ilk olarak Barro ve Sala-i Martin (1990) kullanmıştır. β yakınsamasına göre belli bir başlangıç anında nispeten zengin olan ülkeler, nispeten fakir olan ülkelere göre daha yavaş bir ekonomik büyüme gösterecektir. Aynı mantıkla, başlangıç anında nispeten fakir olan ülkeler nispeten zengin olan ülkelere göre daha yüksek bir ekonomik büyüme hızı ile büyüyecektir. Bu durumda fakir ülkeler zengin ülkelere yakınsayacaktır. Zengin ülkeler de Neo-klasik modelde varsayılan durağan durum denge düzeyine yakınsamalarına devam edeceklerdir.

Tüm ekonomiler durağan durum dengesine erişebilirse fakir ülkeler zengin ülkeleri yakalamış olur. Dolayısıyla tüm ülkeler zengin ülke sınıfına girer. Bir ekonomide durağan durum dengesindeki kişi başı gelir seviyesi (y^*) ile t anındaki kişi başı gelir seviyesi (y_t) arasında bir fark var ise yakınsama varsayımına göre zamanla bu fark azalacak ve sifıra yakınsayacaktır. Durağan durum dengesinden sapma anlamına gelebilecek bu fark ($\ln y^* - \ln y_t$) şeklinde gösterilebilir. Birim zamanda (örneğin 1 yıl içinde) bu farkın belli bir miktarı (örneğin λ kadarı) kapanacaktır. Dolayısıyla cari kişi başı gelir seviyesinin zamana göre türevi alınırsa durağan durum dengesine ait sapmanın birim zamanda kapanan kısmı (1.19) numaralı eşitlikle gösterilebilir.

$$\frac{d \ln y_t}{dt} = \lambda(\ln y^* - \ln y_t) \quad 1.19$$

Burada λ , yakınsama oranını ya da sık kullanılan tabirle yakınsama hızını ifade etmektedir. $\ln y_0$, belli bir başlangıç anı için kişi başı gelir seviyesini göstermek üzere (1.19) eşitliğinden (1.20) numaralı eşitlik elde edilir (Mankiw vd.,1992:19).

$$\ln y_t = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* + e^{-\lambda t} \ln y_0 \quad 1.20$$

(1.20) eşitliği (1.21) numaralı eşitlikteki gibi açılabilir.

$$\ln y_t = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* + e^{-\lambda t} \ln y_0 \quad 1.21$$

$$\begin{aligned}
&= \ln y^* - e^{-\lambda t} (\ln y^* - \ln y_0) \\
&= \ln y^* - \frac{\ln y^* - \ln y_0}{e^{\lambda t}}
\end{aligned}$$

(1.21)'de gösterilen açılım, herhangi bir t anı için kişi başı çıktı seviyesinin doğal logaritma değerini gösteren $\ln y_t$ 'nin, durağan durum denge çıktı düzeyi $\ln y^*$ 'den $\frac{\ln y^* - \ln y_0}{e^{\lambda t}}$ kadar farklı olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla t anında $\ln y_t$, $\ln y^*$ değerinden durağan durum dengesi ile başlangıç seviyesi arasındaki farkın belli bir oranı kadar uzaktadır. $\frac{\ln y^* - \ln y_0}{e^{\lambda t}}$ terimi, t değeri büyüdükçe üstel olarak küçülmekte olup başlangıç anından uzaklaştıkça gerçekleşen cari kişi başı çıktı değerinin durağan durum denge kişi başı çıktı değerine yaklaşacağına garanti etmektedir.

(1.20) eşitliğinin her iki tarafından $\ln y_0$ çıkartılarak (1.22) numaralı eşitlik yazılabilir.

$$\ln y_t - \ln y_0 = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* - (1 - e^{-\lambda t}) \ln y_0 \quad 1.22$$

Eşitlik (1.22) yeniden düzenlenirse (1.23) numaralı eşitlik elde edilir.

$$\ln \left(\frac{y_t}{y_0} \right) = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* - (1 - e^{-\lambda t}) \ln y_0 \quad 1.23$$

(1.23) eşitliği, bir regresyon eşitliği biçimine dönüştürülecek olursa (1.24)'teki regresyon denklemi elde edilir (Arbia, 2006:13).

$$\ln \left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}} \right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \varepsilon_i \quad 1.24$$

(1.24)'te $\alpha = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^*$ olup Neo-klasik büyüme modelinde durağan durum dengesindeki kişi başı gelir düzeyi sabit varsayıldığı için bir sabit terimdir. Ayrıca $y_{t,i}$, i bölgesinin t anındaki kişi başı gelirini göstermektedir ($t = 0, \dots, T$; $i = 1, \dots, n$). Sistematik olmayan ε_i bileşeni regresyonun hata terimlerini ifade etmektedir. (1.24) numaralı regresyonda β katsayısı için $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ eşitliği geçerlidir. Buradan hareketle yakınsama hızı (1.25)'te gösterilmiştir.

$$\lambda = -\frac{\ln(1+\beta)}{T} \quad 1.25$$

Yakınsama varsayımı (1.24) eşitliği için (1.26) numaralı hipotezler ile test edilmektedir.

$$H_0 : \beta = 0, \text{Yakınsama yoktur} \quad 1.26a$$

$$H_1 : \beta < 0, \text{Yakınsama vardır.} \quad 1.26b$$

Sıfır hipotezinin reddedilmesi, β katsayısının istatistiksel olarak anlamlı ve negatif olduğu anlamına gelir. Bu katsayının negatif olması, başlangıç anındaki kişi başı gelir seviyesi $\ln y_0$ ile t anında başlangıç durumundaki değerin kaç kat arttığını gösteren $\ln \left(\frac{y_t}{y_0} \right)$ arasında ters yönlü bir ilişki olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla başlangıç düzeyi $\ln y_0$ artarsa büyüme hızı düşecek, başlangıç düzeyi $\ln y_0$ azalırsa büyüme hızı artacaktır. Özetle, başlangıç anında kişi başı gelir seviyesi düşük olan nispeten fakir ülkelerin büyüme hızları daha yüksek olacakken başlangıç anında kişi başı gelir seviyesi yüksek olan nispeten zengin ülkelerin büyüme hızları daha düşük olacaktır. Bu durumda fakir ülkeler zengin ülkelere yakınsayacaktır.

β katsayısının istatistiksel olarak anlamlı ve negatif olduğu yani yakınsama olgusunun bulunduğu durumda başlangıç anındaki kişi başı gelir ile durağan durum dengesindeki kişi başı gelir seviyesi arasındaki farkın ne kadar sürede yarılanacağı merak uyandırmaktadır. (1.21) eşitliğinden yola çıkılarak $(\ln y^* - \ln y_0)$ farkının yarısının kapandığı bir $\ln y_t$ değeri için, $e^{-\lambda t}$ değerinin $\frac{1}{2}$ olması gerektiği anlaşılmaktadır. Böylelikle $e^{-\lambda t} (\ln y^* - \ln y_0)$ değeri $0.5 \times (\ln y^* - \ln y_0)$ olacaktır. Dolayısıyla yarılanma süresi, (1.27a) eşitliğinden hareketle (1.27b) eşitliğindeki gibi türetilir (Barro ve Sala-i Martin, 1998:37; Arbia, 2006:11).

$$e^{-\lambda t} = \frac{1}{2} \quad 1.27a$$

$$t = 0.6931(\lambda^{-1}) \quad 1.27b$$

Özetle, (1.24) eşitliğinde ifade edilen regresyon modeli, yakınsama varsayımının regresyon analizi ile test edilmesine olanak sağlamaktadır. Bu analiz ile tahmin edilen bir β katsayısı kullanılarak $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ eşitliği aracılığıyla yakınsama hızı (λ) hesaplanabilmektedir. Buna ilaveten Neo-klasik büyüme modelinin durağan durum dengesi olan k^* ile λ (1.28)'deki gibi ilişkilendirilebilir (Mankiw vd., 1992:19; Barro ve Sala-i Martin, 1998:36).

$$\lambda = (1 - \alpha)(\delta + n + g) \quad 1.28$$

(1.28) eşitliği, k' 'nin k^* etrafındaki birinci sıra Taylor açılımı ile elde edilir⁵ (Barro ve Sala-i Martin, 1998:53).

$$k^{1-\alpha} = \frac{sA}{(\delta+n+g)} + \left[k_0 - \frac{sA}{(\delta+n+g)} \right] e^{-(1-\alpha)(\delta+n+g)t} \quad 1.29$$

Eşitlik (1.29)'a göre, $k^{1-\alpha}$ ile bu değer durağan durum denge değeri arasındaki fark olan $sA/(\delta + n + g)$ değeri belli bir orana göre azalmaktadır. Bu oran $(1 - \alpha)(\delta + n + g)$ şeklinde ifade edilmiştir.

σ Yakınsaması.

Neo-klasik ekonomik büyüme modeli varsayımları altında, belli bir başlangıç anından itibaren durağan durum dengesine doğru gidilirken nispeten fakir olan ülkeler nispeten zengin ülkelere göre daha yüksek bir ekonomik büyüme gerçekleştirip bu ülkelere yakınsayacaklardır. Bu durumda başlangıç anından itibaren her bir t anı için hesaplanacak olan varyans değeri zaman içerisinde küçülecektir. Çünkü varyans (σ^2), bir seride ortalama değerinden ayrılmaların kareleri toplamının gözlem başına aldığı değeridir. İncelenen tüm ülkelerin belli bir durağan durum dengesine ve fakir olan ülkelerin zengin olanlara yakınsaması halinde, varyans serisindeki gözlem değerlerinin birbirine yaklaşması suretiyle ortalama değerinden ayrılmaların da azalmasıyla başlangıç anından durağan durum dengesine doğru gidildikçe varyans azalmak durumundadır. Bu durum, $\sigma_{t_0}^2$ başlangıç anı t_0 için varyans değeri olmak üzere (1.30)'daki gibi ifade edilebilir. Literatürde bu türdeki yakınsama σ yakınsaması olarak adlandırılmaktadır.

$$\sigma_t^2 < \sigma_{t-1}^2 < \dots < \sigma_{t_0}^2 \quad 1.30$$

Baumol (1986)'un çalışması, tıpkı β yakınsaması gibi σ yakınsaması için de öncü çalışma olarak kabul edilmektedir. Bununla birlikte, Barro ve Sala-i-Martin (1990)'in çalışması, β ve σ yakınsaması için daha açıklayıcı formüller üretmek suretiyle yakınsama literatürü için önemli bir kaynak konumuna gelmiştir. Barro vd. (1991) ile Barro ve Sala-i-Martin (1992a, 1992b)'in çalışmaları da σ yakınsaması kavramının uygulamalarının yaygınlaşmasını sağlayan makaleler arasında gösterilebilir.

σ yakınsamasının β yakınsaması ile olan ilişkisinin ortaya konulması adına β yakınsaması için kullanılan eşitlik (1.24), (1.31)'deki gibi yazılabilir.

$$\ln\left(\frac{y_{it}}{y_{i0}}\right) = \alpha_{it} - (1 - e^{-\lambda}) \ln y_{i0} + u_{it} \quad 1.31$$

σ_t^2 , t anındaki $\ln(y_{it})$ değerine ait yatay-kesit varyans değeri olsun. Eşitlik (1.31)'in her iki tarafından $\ln y_{i0}$ değeri çıkartılırsa σ_t^2 değeri, yeterli sayıda yatay kesitin varlığı durumunda ve $[Cov(u_{it}, \ln y_{i0})] = 0$ koşulu altında (1.32)'deki gibi yazılır (Barro ve Sala-i-Martin, 2003:463).

⁵n. derece Taylor açılımına göre f fonksiyonun n . dereceden türevinin α noktasındaki değeri:

$$f(x) = f(\alpha) + \frac{f'(\alpha)}{1!}(x - \alpha) + \frac{f''(\alpha)}{2!}(x - \alpha)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(\alpha)}{n!}(x - \alpha)^n$$

şeklinde. Dolayısıyla bir f fonksiyonun birinci derece Taylor açılımı aşağıdaki gibi olur:

$$f(x) = f(\alpha) + f'(\alpha)(x - \alpha)$$

$$\sigma_t^2 = e^{-2\lambda} \sigma_{t_0}^2 + \sigma_{ut}^2 \quad 1.32$$

Hata terimleri varyansı (σ_{ut}^2), zamana göre sabit olursa ($\sigma_{ut}^2 = \sigma_u^2$, bütün t 'ler için) (1.32) eşitliğinin birinci sıra denklemi (1.33)'teki gibi olur:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sigma_u^2}{1-e^{-2\lambda}} + \left(\sigma_0^2 - \frac{\sigma_u^2}{1-e^{-2\lambda}} \right) e^{-2\lambda t} \quad 1.33$$

(1.33) numaralı eşitlikte σ_0^2 , $\ln(y_{i0})$ 'nin varyansıdır. Eşitlik (1.33), σ_t^2 değerinin, σ_u^2 arttıkça arttığını, λ arttıkça azaldığını ve kendi durağan durum dengesine $\left(\frac{\sigma_u^2}{1-e^{-2\lambda}} \right)$ doğru yaklaştığını vurgulamaktadır. λ katsayısının pozitif olduğu her durumda başlangıç değeri σ_0^2 , durağan durum değerinden $\left(\frac{\sigma_u^2}{1-e^{-2\lambda}} \right)$ büyükse zamanla (t arttıkça) σ_t^2 değeri azalacaktır. Yani başlangıçtaki varyans durağan durumdaki varyansın fazla ise zamanla varyans değeri azalacaktır. Dolayısıyla (1.30) eşitsizliği, yani σ yakınsaması gerçekleşmiş olacaktır. Fakat tersi durumda, yani λ katsayısı pozitif iken başlangıç değerinin (σ_0^2), durağan durum değerinden $\left(\frac{\sigma_u^2}{1-e^{-2\lambda}} \right)$ küçük olduğu durumda zaman geçtikçe t anındaki varyans değeri (σ_t^2) artacaktır. Dolayısıyla λ katsayısının pozitif olması σ yakınsaması için gereklidir ancak yeterli değildir. λ ile β arasındaki $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ eşitliğinden hareketle pozitif bir λ katsayısının $\beta < 0$ koşulunu sağlayarak β yakınsamasına neden olacağı düşünüldüğünde β yakınsamasının σ yakınsaması için gerekli bir önkoşul olduğu fakat yeterli olmadığı görülmektedir (Barro ve Sala-i-Martin, 2003:464).

σ yakınsaması ile β yakınsaması arasındaki ilişki, 3 farklı şekilde ifade edilebilir (Sala-i-Martin, 1996:1021). Birincisi σ yakınsaması ile β yakınsamasının birlikte gerçekleştiği durumdur. Bu durumda başlangıçta düşük kişi başı gelir değerine sahip fakir ülkeler daha yüksek bir ekonomik büyüme gerçekleştirip zamanla başlangıçta daha yüksek kişi başı gelir değerine sahip olan ve ayrıca kişi başı gelirini durağan durum dengesine doğru artırmakta olan ülkelere yakınsayacaktır (β yakınsaması). Ayrıca başlangıç anında kişi başı gelir seviyeleri yüksek olan ülkelere ait varyans, durağan durum dengesine yaklaşıldıkça azalacak ve σ yakınsaması gerçekleşecektir. İkinci durumda, başlangıç anında düşük kişi başı gelir değerine sahip nispeten fakir ülkelerin kişi başı gelirleri zamanla yükselirken, başlangıçta yüksek kişi başı gelir değerine sahip nispeten zengin ülkelerin kişi başı gelir değerleri zamanla azalmaktadır. Böylesi bir durumda fakir ülkelerin zengin ülkeleri yakalayacağı ana kadar hem β hem de σ yakınsaması yaşanacaktır. Ancak yakalama anından sonra, eskiden fakir olan ülke zengin ülke konumuna geçecek ve kişi başı gelir büyümesi devam edecektir. Eskiden zengin olan ülke ise fakir ülke konumuna geçecek ve kişi başı gelir seviyesindeki azalma devam edecektir. Dolayısıyla başlangıç anındaki kişi başı gelir değeriyle t anındaki kişi başı gelir değeri arasındaki ters yönlü ilişki devam ettiği için β yakınsaması geçerli olsa bile yakalama anından itibaren gelir dağılımları ortalama değerden uzaklaşacağı için σ yakınsaması yerini iraksamaya bırakacaktır. Üçüncü durumda, başlangıçta nispeten fakir olan ülke zamanla daha da fakirleşecek, başlangıçta nispeten zengin olan ülke ise daha da zenginleşecektir. Dolayısıyla böylesi bir durumda fakir ülkenin avantajı söz konusu değildir. Başlangıç anındaki kişi başı gelir değeri ile t anındaki kişi başı gelir değeri arasındaki ilişki doğru yönlüdür. Yani başlangıç kişi başı gelir değeri yükseldikçe t anındaki kişi başı gelir değeri artacak, başlangıç kişi başı gelir değeri azaldıkça t anındaki kişi başı gelir değeri azalacaktır. Böylesi bir durumda β yakınsaması geçerli değildir. Kişi başı gelir seviyeleri de zamanla ortalama kişi başı gelir seviyesinden daha da uzaklaştığı için σ yakınsaması da geçerli olmayacaktır.

Yakınsama, mutlak yakınsama ve koşullu yakınsama olarak iki farklı şekilde gerçekleşebilmektedir:

Mutlak Yakınsama

Yakınsama varsayımının dayandığı Neo-klasik ekonomik büyüme modelinde, durağan durum dengesi kişi

başı sermaye düzeyi (1.16) nolu eşitlikte belirtilmişti⁶. Homojen grupları kapsayan bir çözümlemeye (bir ülkenin içindeki bölgeler gibi), homojen bölgelere ait s, δ, n ve g değerleri de özdeş olacağı için durağan durum denge değerleri k^* ve y^* tüm birimler için aynı olacaktır. Ancak s, δ, n ve g değerlerinin farklılaşacağı heterojen bir grup yatay kesit için durağan durum denge değerlerinin farklı olacağı aşikardır.

Ekonomiler arası tek farklılığın başlangıç kişi başı sermaye ve çıktı değerleri olduğu ve ekonomilerin başka hiçbir karakteristik özelliği dikkate alınmadığı durumda, nispeten fakir ekonomilerin nispeten zengin ekonomilere göre daha hızlı ekonomik büyüme eğilimi göstermesi durumu mutlak yakınsama olarak adlandırılmaktadır (Barro ve Sala-i-Martin, 1998:26).

Ekonomilerin karakteristik özelliklerini yansıtan ve durağan durum denge değerlerini birbirinden farklı kılacak olan değişken/değişkenler x ile gösterilmek üzere β yakınsaması kavramı için ifade edilen eşitlik (1.24) genişletilirse (1.34) numaralı eşitlik elde edilir.

$$\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \sum_{k=1}^K \theta_k x_{k,i} + \varepsilon_i \quad (1.34)$$

Eşitlik (1.34) daha açık haliyle eşitlik (1.34)'teki gibi yazılabilir.

$$\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \theta_1 x_{1,i} + \theta_2 x_{2,i} + \dots + \theta_K x_{K,i} + \varepsilon_i \quad (1.35)$$

Burada α sabiti için $\alpha = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^*$, yakınsama katsayısı β için $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ eşitlikleri geçerlidir. Mutlak yakınsamanın varlığının sınanması için (1.36a) ve (1.36b) de belirtilen sıfır ve alternatif hipotezler kurulur.

$$H_0 : \beta = 0, \text{ Yakınsama yoktur.} \quad (1.36a)$$

$$H_1 : \beta < 0 \cap \forall \theta_k = 0 \ (\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_K = 0), \quad \text{Mutlak Yakınsama vardır.} \quad (1.36b)$$

Bu durumda herhangi bir x değişkenine ait katsayının istatistiksel olarak anlamlı bulunamaması ve β katsayısının negatif ve istatistiksel olarak anlamlı bulunması durumunda tüm ekonomilerin tek bir durağan durum dengesine doğru yakınsadığı mutlak yakınsamanın geçerli olduğu söylenir.

Barro ve Sala-i-Martin (1998), 20 OECD ülkesinin 1960-1985 dönemine ait verileri ile yaptıkları analizde ortalama reel kişi başı GSYİH büyümesine ilişkin mutlak yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Aynı çalışmada, daha homojen bir grup olan Amerika Birleşik Devletleri eyaletlerinin 1880-1990 yıllarına ait logaritmik kişi başı gelir verilerini kullanarak yaptıkları analizde de mutlak yakınsama tespit etmişlerdir. Ancak 118 ülkenin 1960-1985 dönemine ait reel kişi başı GSYİH verileri ile yaptıkları analizde mutlak yakınsamanın geçerli olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Dolayısıyla incelenen ekonomiler homojenlikten uzaklaştıkça, mutlak yakınsamanın geçerliliğini yitirdiği düşünülmektedir. Mutlak yakınsamanın geçerli olmadığı durumda koşullu yakınsamanın varlığı araştırılabilir.

Koşullu Yakınsama

Mutlak yakınsamada, ekonomiler arasındaki tek fark başlangıç anındaki sermaye seviyeleridir. Ancak başlangıç anı sermaye seviyesine ilaveten beşerî sermaye düzeyi, tasarruf oranı, nüfus yapısı ve teknoloji seviyesi gibi etkenler de ekonomiler arası farklılık gösterebilmektedir. Ekonomilerin başlangıç sermayesiyle birlikte karakteristik özelliklerini yansıtan birtakım değişkenler yönünden de farklılık göstermesi tüm ekonomilerin aynı durağan durum dengesine yakınsayacağına ilişkin varsayımın geçerliliğini yitirmesine neden olmaktadır.

Bütün ekonomilerin aynı parametrelere ve dolayısıyla aynı durağan durum dengesine sahip olacağına ilişkin varsayımın geçerli olmadığı durumda farklı durağan durum dengeleri oluşacaktır. Böylesi bir

⁶ $\dot{k}(t) = sf\{k(t)\} - k(t)(\delta + n + g)$ (1.16)

durumda mutlak yakınsama yerine koşullu bir yakınsamanın varlığından söz edilir. Koşullu yakınsama varsayımında ekonomiler, başlangıçta kendi durağan durum dengelerinden ne kadar uzaktalarsa o kadar hızlı büyümektedirler (Barro ve Sala-i-Martin, 1998:28). Eğer mutlak yakınsama varsayımında ifade edildiği gibi fakir ekonomilerin ekonomik seviyeleri zengin ekonomilerin ekonomik seviyelerine yakınsayacaksa, fakir ekonomilerin teknoloji seviyesi, tasarruf oranı, nüfus, hükümet politikaları ve kurumsal yapıları gibi özelliklerinin de zengin ekonomilerin özelliklerine yakınsaması gerekmektedir (Karaalp, 2008:158).

Ekonomilerin karakteristik özelliklerini gösteren değişken/değişkenler x , durağan durum dengesine ait sabit $\alpha = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^*$, yakınsama katsayısı $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ olmak üzere, eşitlik (1.35) tekrar yazılarak (1.37)'de gösterilmiştir.

$$\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \theta_1 x_{1,i} + \theta_2 x_{2,i} + \dots + \theta_K x_{K,i} + \varepsilon_i \quad 1.37$$

Koşullu yakınsamaya ilişkin hipotezler (1.38a) ve (1.38b) numaralı sıfır ve alternatif hipotezler şeklinde kurulur.

$$H_0 : \beta = 0, \text{ Yakınsama yoktur.} \quad 1.38a$$

$$H_1 : \beta < 0 \cap \theta_k \neq 0, \quad \text{Koşullu yakınsama vardır.} \quad 1.38b$$

Mutlak yakınsamada tüm ekonomiler tek bir durağan durum dengesine doğru yakınsamaktayken koşullu yakınsamada tüm ekonomiler kendi durağan durum dengelerine doğru yakınsarlar.

Uzamsal Veriler İçin Yakınsama Varsayımı

Yakınsama varsayımında karakteristik özellikleri aynı olan ekonomiler aynı durağan durum dengesine doğru, farklı karakteristik özellikler gösterenler kendi durağan durum dengesine doğru ve benzer karakteristik özellikler gösterenler de yakınsama kulüplerine ait durağan durum dengesine doğru yakınsamaktadırlar. Uzamsal yakınsama varsayımında ekonomiler durağan durum dengelerine doğru yakınsarlarken aynı zamanda komşu ekonomilerin de etkisi altındadırlar.

Yakınsama varsayımına ilişkin ampirik çalışmalarda, ekonomiler homojenleştikçe yakınsama varsayımının geçerliliğinin arttığı görülmektedir. Ekonomilerin homojenleşmesi genelde onların aynı coğrafi bölgede bulunmasından kaynaklanmaktadır. Birbiriyle komşuluk ilişkileri bulunan ekonomilere ilişkin yakınsama varsayımının sınanması uzamsal ekonometrik yöntemlerin devreye sokulmasıyla uygulanmalıdır. Çünkü uzamsal bağımlılık durumunda bu bağımlılığın dikkate alınmadığı standart ekonomik büyüme denklemi ciddi manada yanlış tasarlanmış olur (Arbia vd. 2010:14).

Geleneksel β yakınsaması uzamsal modellere uygulandığında sıralanan uzamsal yakınsama modelleri elde edilir.

1. Uzamsal Yatay – Kesit Çözümlemesi

- Uzamsal Gecikme Modeli - β yakınsaması
- Uzamsal Durbin Model - β yakınsaması
- Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması
- Genel Uzamsal Model - β yakınsaması

2. Uzamsal Panel Veri Çözümlemesi

- Havuzlanmış Uzamsal Modeller
 - Havuzlanmış Uzamsal Gecikme Modeli - β yakınsaması
 - Havuzlanmış Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması

b. Sabit Etkili Uzamsal Modeller

- i. Sabit Etkili Uzamsal Gecikme Modeli - β yakınsaması
- ii. Sabit Etkili Uzamsal Durbin Model - β yakınsaması
- iii. Sabit Etkili Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması

c. Tesadüfi Etkili Uzamsal Modeller

- i. Tesadüfi Etkili Uzamsal Gecikme Modeli - β yakınsaması
- ii. Tesadüfi Etkili Uzamsal Durbin Model - β yakınsaması
- iii. Tesadüfi Etkili Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması
- iv. Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması

d. Genel Uzamsal Model - β yakınsaması**Uzamsal Yatay – Kesit Çözümlemesi- β Yakınsaması**

Rey ve Montouri (1999), Arbia vd. (2005), Magalhães vd. (2005), Fingleton ve López-Bazo (2006), Egger ve Pfaffermayr (2006), Buccellato (2007) ve Arbia vd. (2010)'nın çalışmalarından hareketle, uzamsal yakınsama varsayımına ilişkin denklem (1.39)'daki gibi yazılabilir.

$$\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \varphi W \ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) + \delta X + \gamma W \ln y_{0,i} + \theta W X + (I - \tau W)^{-1} u_i \quad 1.39$$

Burada $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$, başlangıç anına göre kişi başı gelir seviyesinin kaç kat arttığının doğal logaritmasını; $\ln y_{0,i}$, başlangıç anındaki kişi başı gelir seviyesinin doğal logaritmasını; $\alpha = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^*$, Neo-klasik büyüme modelindeki durağan durum sabitini; $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ yakınsama katsayısını; φ , uzamsal otokorelasyon katsayısını; W , uzamsal ağırlık matrisini; γ ve θ sırasıyla UDM'ye ait katsayıyı ve katsayı matrisini; X , koşullu yakınsama için gerekli olan kontrol değişkenleri matrisini; τ , uzamsal hata katsayısını ve $\varepsilon_i = \tau W \varepsilon_i + u_i$ olmak üzere u_i sıfır ortalamalı hata terimlerini göstermektedir. Farklı $\beta, \varphi, \delta, \gamma, \theta$ ve τ durumları için oluşan model türleri Tablo A1'de ifade edilmiştir.

Uzamsal Panel Veri Çözümlemesi- β Yakınsaması

Ekonomiler arası teknoloji farklılıklarının veya bu farklılıkların gözlenemeyen/ölçülemeyen kısımlarının panel veri çözümlemesindeki bireysel etkiler ile modellenmesi, dışlanmış değişkenlere ilişkin yanlılığı düzeltmektedir. Bu yüzden, yakınsama varsayımı sınanırken klasik yatay-kesit çözümleme yerine panel veri çözümlemesi kullanmak dışlanmış verilerden veya heterojenlikten kaynaklanan yanlılığın düzeltilmesine olanak sağlamaktadır (İslam, 2003:325). Yakınsama varsayımının sınanmasında kullanılacak olan panel veri modeli (1.40)'daki gibi yazılabilir (Arbia vd., 2005:14).

$$\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \alpha_i + \beta \ln y_{t,i} + \varepsilon_{t,i} \quad 1.39$$

Table 5**Tablo A1. Uzamsal Yatay-Kesit Çözümlemesi - β Yakınsaması**

β	φ	δ	γ	θ	τ	Sonuç
$\beta < 0$	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	UGM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	UGM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	UDM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\tau = 0$	UDM-Koşullu β Yakınsaması

β	φ	δ	γ	θ	τ	Sonuç
$\beta < 0$	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	UHM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	UHM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	GUM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	GUM-Koşullu β Yakınsaması

Not: UGM: Uzamsal Gecikme Modeli, UDM: Uzamsal Durbin Model, UHM: Uzamsal Hata Modeli, GUM: Genel Uzamsal Model.

(1.40) numaralı eşitlikte i ($i = 1, 2, \dots, N$), yatay kesitler olan ekonomileri göstermekteyken t ($t = 1, 2, \dots, T$) ise zaman periyodunu ifade etmektedir. $\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right)$, i ekonomisinin kişi başı gelir büyümesini ve $\ln y_{t,i}$, i ekonomisinin her bir periyodun başındaki kişi başı gelir seviyesini göstermektedir. β yakınsama katsayısıdır. α_i terimi zamana göre sabittir ve regresyona değişken olarak katılmamış olan tüm birim etkilerini göstermektedir. α_i parametresinin iki farklı yorumu bulunmaktadır. α_i parametresi, her bir birim için ayrı bir değer alıyor ve bu değerler tesadüfi olarak dağılmıyor ise bu durumda sabit etkili panel veri çözümlemesi; her bir birim için ayrı bir değer alıyor ve bu değerler tesadüfi olarak dağılıyor ise tesadüfi etkili panel veri çözümlemesi devreye girecektir.

Panel veri için kullanılan yakınsama denklemi olan (1.40) uzamsal paneller için genişletilirse (1.41a) ve (1.41b) eşitlikleri elde edilir.

$$\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \alpha_i + \beta \ln y_{t,i} + \varphi \sum_{j=1}^n w_{ij} \ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) + \delta X + \gamma W \ln y_{t,i} + \theta W X + \varepsilon_{t,i} \quad 1.41a$$

$$\varepsilon_{t,i} = \tau \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,i} + u_{ti} \quad 1.41b$$

(1.41) numaralı eşitliklerde $\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right)$, i ekonomisinin kişi başı gelir büyümesini; $\ln y_{t,i}$, i ekonomisinin her bir periyodun başındaki kişi başı gelir seviyesini; β , yakınsama katsayısını; φ , uzamsal otokorelasyon katsayısını; w_{ij} , uzamsal ağırlık matrisi W 'nin bir elemanını; X , koşullu yakınsama için gerekli olan kontrol değişkenleri matrisini; τ , uzamsal hata katsayısını ve u_{ti} normal dağılımlı, açıklayıcı değişkenlerden bağımsız, sıfır ortalamalı ve belli bir varyanslı hata terimlerini göstermektedir. Buna göre, farklı α_i , β , φ , δ ve τ durumları için oluşan model türleri Tablo A2'de ifade edilmiştir.

Uzamsal yakınsama hipotezinde önerilen uzamsal ağırlık matrisi kullanılması durumunda, önerilen uzamsal modeller için yakınsama varsayımı devreye girecektir.

Önerilen Uzamsal Ağırlık Matrisleri İçin Yakınsama Varsayımı

(1.39) ve (1.41) eşitliklerinde kullanılan W ağırlık matrisi, komşuluk ilişkilerine dayalı olarak oluşturulmuş bir ağırlık matrisidir. Bu ağırlık matrisi belli tanımlara göre (kale, fıl, vezir vb.) birimlerinin bazılarının komşu sayılıp bazılarının sayılmadığı ikili (0-1) bir ağırlık matrisi olabileceği gibi komşu birimler arası mesafenin tersine veyahut sınır uzunluğuna dayalı olarak da oluşturulabilmektedir. Komşuluk matrisi ne şekilde oluşturulursa oluşturulsun, komşu sayılan birimlerin (mesafe matrislerinde aynı mesafedeki komşuların) ilgili birim üzerindeki etkisi aynı sayılmaktadır. Bu tez çalışmasında 3 farklı ağırlık matrisi önerilerek, her komşu birimin etkisinin aynı olmadığı durumlar için daha iyi sonuçlar alınması hedeflenmiştir. Dolayısıyla önerilen ağırlık matrisleri ile her komşunun etkisinin aynı olduğu "simetrik" uzamsal yaklaşıma karşı bu çalışmada "asimetrik" uzamsal yaklaşım önerilmiştir. Önerilen ağırlık matrislerinin yakınsama varsayımına dair denklemlerde kullanılması ile önerilen uzamsal ağırlık matrisleri için yakınsama varsayımları gösterilebilir.

Table 6

Tablo A2. Uzamsal Panel Veri Çözümlemesi - β Yakınsaması

β	α_i	φ	δ	γ	θ	τ	Sonuç
$\beta < 0$	$\alpha_i = \alpha$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Havuzlanmış UGM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \alpha$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Havuzlanmış UGM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \alpha$	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Havuzlanmış UHM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \alpha$	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Havuzlanmış UHM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Sabit Etkili UGM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Sabit Etkili UGM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Sabit Etkili UDM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\tau = 0$	Sabit Etkili UDM- Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Sabit Etkili UHM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Sabit Etkili UHM- Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Tesadüf Etkili UGM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Tesadüf Etkili UGM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Tesadüf Etkili UDM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\tau = 0$	Tesadüf Etkili UDM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Tesadüf Etkili UHM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Tesadüf Etkili UHM- Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \tau_1 \sum_{j=1}^n w_{ij} \alpha_j + \mu_i$ $\varepsilon_{t,i} = \tau_2 \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,j} + u_{t,i}$		$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Tesadüf Etkili Genelleştirilmiş UHM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \tau_1 \sum_{j=1}^n w_{ij} \alpha_j + \mu_i$ $\varepsilon_{t,i} = \tau_2 \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,j} + u_{t,i}$		$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Tesadüf Etkili Genelleştirilmiş UHM- Koşullu β Yakınsaması

Not: UGM: Uzamsal Gecikme Modeli, UDM: Uzamsal Durbin Model, UHM: Uzamsal Hata Modeli, GUM: Genel Uzamsal Model.

(1.39) ve (1.41) eşitliklerindeki ağırlık matrisi W , uygun matris ile değiştirilerek önerilen uzamsal modeller için yakınsama varsayımı modelleri elde edilir. Bu durumda mutlak yakınsama/koşullu yakınsama, UGM, UHM, UDM, GUM ve havuzlanmış panel, sabit/tesadüf etkiler modelleri için Tablo A1. ve Tablo A2.'deki sınıflandırmalar geçerliliğini yitirmeyecektir. Bu çalışmada önerilen, W ağırlık matrisinin çeşitli durumları için farklılaşan asimetrik uzamsal modeller için yakınsama varsayımı modelleri aşağıda sıralanmıştır.

1. Eşik Uzamsal Modeller İçin Yakınsama Varsayımı
2. İki Eşikli Uzamsal Modeller İçin Yakınsama Varsayımı
3. KYA Uzamsal Modeller İçin Yakınsama Varsayımı

Önerilen modellerdeki uzamsal terim incelenirken, yatay-kesit veriler ile yapılan çözümlemede bağımlı değişken $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ için her biri 1. birimden N. birime kadar sıralanan ve $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ gözlemlerinden oluşan N satırlı bir matrise ihtiyaç vardır. Bu matrisi elde etmek için N boyutlu ve 1'lerden oluşan ι_N vektörü ile bağımlı değişken matrisi $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ 'nin devriği (1.42a)'daki gibi çarpılarak (1.42b) elde edilir.

$$Y^* = \iota_N \cdot \ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,3}}{y_{0,3}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \end{bmatrix} \quad 1.42a$$

$$= \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \\ \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \end{bmatrix} \quad 1.42b$$

Panel veriler ile yapılan çözümlemede (1.42a) eşitliğinde bağımlı değişken $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ yerine $\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right)$ yazılır. Bu durumda Y^* matrisinin boyutu $(N \times N)$ değil $(NT \times NT)$ olacaktır.

Panel veri çözümlemesinde farklı bir durum daha ortaya çıkmaktadır. Yatay-kesitlerin komşuluk ilişkileri zaman içerisinde değişmediği için komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan W ağırlık matrisi elemanlarının da zaman içerisinde değişmediği kabul edilmektedir. Bu yüzden yatay-kesit çözümlemesinden panel veri çözümlemesine geçildiğinde, yatay-kesit çözümlemesi için $(N \times N)$ boyutunda oluşturulan W ağırlık matrisini zaman boyutu da kazanan bağımlı değişkenin $(NT \times NT)$ boyutuyla uyumlu hale getirmek adına $(T \times T)$ boyutundaki birim matris ile W ağırlık matrisi Kronecker çarpanı aracılığıyla çarpılır. Sonuç olarak $(I_T \otimes W_N)$ uzamsal ağırlık terimi elde edilir (Anselin vd., 2008:629).

Bu durumda $(NT \times NT)$ boyutundaki $(I_T \otimes W_N)$ uzamsal ağırlık terimi ile $(NT \times NT)$ boyutundaki asimetrik terim çarpılacaktır. Uygulamada genelde $(N \times N)$ boyutundaki W ağırlık matrisi oluşturulduktan sonra paket programlar $(NT \times NT)$ boyutundaki $(I_T \otimes W_N)$ matrisini kendileri hesaplayarak panel veri çözümlemelerini yapmaktadırlar. Dolayısıyla uygulama kolaylığı açısından, öncelikle $(N \times N)$ boyutundaki W ağırlık matrisi ile $(N \times N)$ boyutundaki asimetrik terimin çarpılması ve ardından oluşan terimin $(T \times T)$ boyutundaki birim matris ile çarpılması daha uygun olacaktır. Bu durumda asimetrik terim $(N \times N)$ boyutunda kalmalıdır. Bunu sağlayabilmek için panel veriler ile yapılan çözümlemede (1.42a) eşitliğinde $\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_i$ şeklinde yazılırsa, bağımlı değişken $\left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_i$ 'nin zaman boyutundaki ortalaması $\left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_i$ kullanılabilir. Böylelikle asimetrik terim $(N \times N)$ boyutunda kalacaktır. Yeni haliyle eşitlik (1.42a), panel veri için (1.43a) eşitliğindeki gibi yazılarak (1.43b) eşitliğine ulaşılır.

$$Y^* = \iota_N \cdot \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_i^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_1 & \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_2 & \dots & \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_N \end{bmatrix} \quad 1.43a$$

$$= \begin{bmatrix} \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_1 & \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_2 & \dots & \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_N \\ \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_1 & \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_2 & \dots & \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_1 & \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_2 & \dots & \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_N \end{bmatrix} \quad 1.43b$$

Eşik Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı

Eşik uzamsal model için yakınsama varsayımında, komşu ekonomilerin $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ değerlerinden belli bir eşik değerinin üzerinde yer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Burada eşik değeri sübjektif olarak belirlenebileceği gibi $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ değerlerinin ortalaması olarak da alınabilir. Böylelikle durağan durum dengesine doğru yakınsama olgusu gerçekleşirken, mevcut durumdaki ekonomilerin ortalaması baz alınarak bu ortalamanın altında kalan komşu ekonomiler ile bu ortalama değerinin üstüne çıkan komşu ekonomilerin komşuluk etkisi ayrı ayrı görülebilecek ve modellenebilecektir.

Eşik uzamsal model için yakınsama varsayımı çözümlemesi 3 adımdan oluşmaktadır:

1.Adım: W^E ağırlık matrisi oluşturulur. W^E 'nin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. Bu durum (1.44)'de gösterilmiştir.

$$W_{ij}^E = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad 1.44$$

2. Adım: W^E matrisi, mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile (1.45)'te gösterildiği gibi Hadamard çarpımı ile çarpılır.

$$W \odot W^E \quad 1.45$$

3. Adım: 2. adımdaki Hadamard çarpımı sonrası oluşan matris, (1.39) ve (1.41) eşitliklerinde W matrisi yerine konularak uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

İki Eşikli Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı

İki eşikli uzamsal model için yakınsama varsayımına göre öncelikle ekonomiler iki gruba ayrılmaktadır. Ardından her bir grup için farklı bir eşik değeri belirlenir. Bu modelde komşu gözlemler içerisinde kendi grubu için belirlenen eşik değerinin üzerinde değer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Ekonomiler iki farklı gruba bir çok farklı şekilde ayrılabilir; örneğin doğu-batı, kuzey-güney, gelişmiş-gelişmekte olan, Avrupa kıtasında olan - Asya kıtasında olan ekonomiler gibi.

İki eşikli uzamsal model için yakınsama varsayımı çözümlemesi 7 adımdan oluşmaktadır:

1. Adım: Belli bir kriter baz alınarak ekonomiler iki gruba ayrılır. Y_{ij}^* 'nin 1. gruptan olup olmadığını gösteren K_1 matrisi ile 2. gruptan olup olmadığını gösteren K_2 matrisleri (1.46)'daki gibi oluşturulur.

$$K_1 = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^*, 1. \text{grupta ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad K_2 = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^*, 2. \text{grupta ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad 1.46$$

2. Adım: Bu iki farklı ekonomi grubunun her birine E_1 ve E_2 olmak üzere farklı bir eşik değeri belirlenir.

3. Adım: $W^{(1)}$ ağırlık matrisi oluşturulur. $W^{(1)}$ 'nin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E_1 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. $W^{(1)}$ ağırlık matrisinin her bir elemanı (1.47)'deki gibi elde edilir.

$$W_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E_1 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad 1.47$$

4. Adım: $W^{(2)}$ ağırlık matrisi oluşturulur. $W^{(2)}$ 'nin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E_2 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. $W^{(2)}$ ağırlık matrisinin her bir elemanı (1.48)'deki gibi elde edilir.

$$W_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E_2 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad 1.48$$

5. Adım: $W^{(1)}$ matrisi, Y_{ij}^* 'nin 1. gruptan olup olmadığını gösteren K_1 matrisi ve mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile Hadamard çarpımı aracılığıyla (1.49)'daki gibi çarpılır.

$$W \odot K_1 \odot W^{(1)} \quad 1.49$$

6. Adım: 5. adımda uygulanan işlem $W^{(2)}$ ve K_2 matrisleri için (1.50)'deki gibi tekrar edilir.

$$W \odot K_2 \odot W^{(2)} \quad 1.50$$

7. Adım: 5 ve 6. adımlarda oluşturulan matrisler (1.51)'deki gibi toplanır. Bu toplam sonrası oluşan nihai matris, (1.39) ve (1.41) eşitliklerinde W matrisi yerine konularak uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

$$W \odot K_1 \odot W^{(1)} + W \odot K_2 \odot W^{(2)} \quad 1.51$$

1.4.3. Komşu Yönünden Asimetrik (KYA) Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı

KYA uzamsal model için yakınsama varsayımında, komşu ekonomiler içerisinde ilgililenen birimden yüksek gözlem değerine sahip olanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Bu varsayımın temel motivasyonu, bir ekonomiyi etkileyen komşu ekonomiler içerisinde Neo-klasik büyüme modeli durağan durum dengesine kendisinden daha yakında olan komşu ekonominin etkisi ile kendisinden daha uzakta olan komşu ekonominin etkisinin aynı olmayacağı düşüncesidir.

KYA uzamsal model için yakınsama varsayımının çözümlemesi, 4 adımdan oluşmaktadır.

1.Adım: Bu model incelenirken, bağımlı değişken $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ için her bir sütunu 1. birimden N. birime kadar sıralanan $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ gözlemlerinden oluşan N sütunlu bir matrise ihtiyaç vardır. Bu matrisi elde etmek için N boyutlu ve 1'lerden oluşan ι_N vektörünün devriği (ι_N^T) ile bağımlı değişken matrisi $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ Kronecker çarpımı aracılığıyla çarpılır. Bu çarpımdan elde edilen Y^K matrisi (1.52)'deki gibi yazılır.

$$Y^K = \iota_N^T \otimes \ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,1}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,1}}\right) \\ \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,2}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,2}}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,N}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,N}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \end{bmatrix} \quad 1.52$$

Panel veri çözümlemesi durumunda bağımlı değişken $\left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_i$ 'nin zaman boyutundaki ortalaması $\left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_i$ kullanılabilir. Bu durumda Y^K matrisi (1.53)'teki gibi yazılır.

$$Y^K = \iota_N^T \otimes \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_i = \begin{bmatrix} \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 \\ \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N \end{bmatrix} \quad 1.53$$

2.Adım: W^K ağırlık matrisinin her bir elemanına, Y^* matrisinde yer alan her bir i. satır ve j. sütun elemanı, Y^K matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen elemandan büyükse 1, değilse 0 değeri verilerek (1.54)'te gösterildiği gibi W^K matrisi oluşturulur.

$$W_{ij}^K = \begin{cases} 1 & (Y_{ij}^* - Y_{ij}^K) > 0 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad 1.54$$

3.Adım: W^K matrisi, mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile Hadamard çarpımı ile çarpılır.

$$W \odot W^K \quad 1.55$$

4. Adım: 3. adımdaki Hadamard çarpımı sonrası oluşan matris, (1.39) ve (1.41) eşitliklerinde W matrisi yerine konularak uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

EK 2. Yatay-kesit Bağımlılığına İlişkin Bulgular ve Diğer Tablolar**Table 7**

Tablo Ek 2.1. Moran I ve Geary C İstatistikleri

Matris	Test	İstatistik	Olasılık
Vezir	Moran I	0.5213	0.0000
	Geary C	0.5527	0.0000
Eşik	Moran I	0.1993	0.0000
	Geary C	0.2214	0.0000
İki Eşikli	Moran I	0.3571	0.0000
	Geary C	0.4429	0.0000
Komşu	Moran I	0.5213	0.0000
	Geary C	0.5527	0.0000

W: VEZİR	SE UGM	TE UGM	SE UDM	TE UDM	SE UHM	TE UHM	Gen. TE UHM	GUM
Sabit		0.4195316 ^a (0.0317326)		0.4482758 ^a (0.0376474)		1.052247 ^a (0.0124305)	0.8833515 ^a (0.0696772)	
$\hat{\beta}$ (25)	0.0099998 ^a (0.0029222)	-0.0028303 ^a (0.0010243)	0.034994 ^a (0.0034596)	-0.022026 ^a (0.0043348)	0.0348571 ^a (0.0036287)	-0.0041136 ^a (0.0012606)	0.0131642 ^c (0.0071589)	0.0273979 ^a (0.003127)
$\hat{\varphi}$ (26)	0.6556712 ^a (0.0262957)	0.6129755 ^a (0.0275187)	0.6723921 ^a (0.0244481)	0.6484218 ^a (0.0259919)				-0.5061132 ^a (0.0523239)
$\hat{\gamma}$ (27)			-0.0453495 ^a (0.0041293)	-0.0315512 ^a (0.0051217)				
$\hat{\tau}$ (28)					0.7266694 ^a (0.0223852)	0.6189055 ^a (0.028243)		0.8635086 ^a (0.0156091)
$\hat{\tau}_1$ (29)							1.508679 ^a (0.0690996)	
$\hat{\tau}_2$ (30)							0.6720453 ^a (0.0328232)	
AIC	-4141.028	-3999.07	-4248.794	-4033.986	-4209.798	-3990.998	-3981.472	-4268.847
SCH	-4127.777	-3976.987	-4231.127	-4007.486	-4196.548	-3968.914	-3954.971	-4251.18
Log-ola-bilirlik	2073.5138	2004.5352	2128.3971	2022.9932	2107.8992	2000.4989	1996.7358	2138.4233
LM			1723.7377 ^a			307.5447 ^a		1723.7377a
LM (Direncili)			2.18e+04 ^a			2.04e+04 ^a		2.18e+04a
W: EŞİK	SE UGM	TE UGM	SE UDM	TE UDM	SE UHM	TE UHM	Gen. TE UHM	GUM
Sabit		1.080178 ^a (0.0094048)		1.065846 ^a (0.0127606)		1.082822 ^a (0.0097077)	1.084241 ^a (0.0103637)	
$\hat{\beta}$ (31)	-0.0065629 ^c (0.0037482)	-0.0068384 ^a (0.0010026)	-0.0091722 ^a (0.003815)	-0.0052806 ^a (0.001369)	-0.0091009 ^b (0.0037921)	-0.0071907 ^a (0.0009964)		-0.0075378 ^b (0.0038326)
$\hat{\varphi}$ (32)	0.4699977 ^a (0.0475873)	-0.0016643 (0.0023759)	0.3969924 ^a (0.0540526)	0.0619526 ^c (0.0356919)				-0.2542048 ^a (0.0523239)
$\hat{\gamma}$ (33)			0.0307059 ^a (0.0089605)	-0.0062578 ^c (0.0034978)				

W: EŞİK	SE UGM	TE UGM	SE UDM	TE UDM	SE UHM	TE UHM	Gen. TE UHM	GUM
$\hat{\tau}$ (34)					0.4659825 ^a (0.0466757)	0.4658789 ^a (0.0479549)	-0.0073106 ^a (0.0010514)	0.2893513 ^a (0.0910473)
$\hat{\tau}_1$ (35)							0.1157657 (0.2519941)	
$\hat{\tau}_2$ (36)							0.4654823 ^a (0.0479574)	
AIC	-3878.449	-3702.114	-3888.284	-3703.777	-3881.132	-3778.938	-3777.141	-3885.958
SCH	-3865.199	-3680.03	-3870.617	-3677.277	-3867.882	-3756.854	-3750.64	-3868.291
Log-olabilirlik	1942.2247	1856.0570	1948.1422	1857.8884	1943.5662	1894.4688	1894.5703	1946.9790
LM		3.14e+04 ^a				22.7917 ^a		1.33e+05a
LM (Dirençli)		1.33e+05 ^a				1.01e+05 ^a		2.18e+04a

a: $\rho < 0.01$, b: $\rho < 0.05$, c: $\rho < 0.10$. Standart hatalar parantez içinde verilmiştir. W: Ağırlık matrisi, SE: Sabit Etkiler, TE: Tesadüf Etkiler, UGM: Uzamsal Gecikme Modeli, UDM: Uzamsal Durbin Model, UHM: Uzamsal Hata Modeli, Gen. UHM: Genelleştirilmiş Tesadüf Etkili Uzamsal Hata Modeli, GUM: Genel Uzamsal Model.

W: İKİ EŞİKLİ	SE UGM	TE UGM	SE UDM	TE UDM	SE UHM	TE UHM	Gen. TE UHM	GUM
Sabit		0.4158095 ^a (0.0566114)		0.7684394 ^a (0.0361385)		1.064278 ^a (0.011487)	1.0639 ^a (0.0106932)	
$\hat{\beta}$ (37)	0.0090411 ^a (0.0031534)	0.0070108 ^b (0.0033103)	0.0156374 ^a (0.0033843)	0.0194194 ^a (0.0031093)	0.0152383 ^a (0.003469)	-0.005278 ^a (0.0011557)	-0.0052893 ^a (0.00107)	0.0130021 ^a (0.0032483)
$\hat{\varphi}$ (38)	0.6230958 ^a (0.0289976)	0.553963 ^a (0.0343185)	0.6434134 ^a (0.0284036)	0.5268968 ^a (0.0343367)				-0.3168444 ^a (0.0650912)
$\hat{\gamma}$ (39)			-0.0278542 ^a (0.0060008)	-0.0483902 ^a (0.0033567)				
$\hat{\tau}$ (40)					0.6466811 ^a (0.0289428)	0.5821295 ^a (0.0303807)		0.7858488 ^a (0.0290447)
$\hat{\tau}_1$ (41)							-0.1860157 (0.2857013)	
$\hat{\tau}_2$ (42)							0.582533 ^a (0.0303445)	
AIC	-4084.368	-3739.942	-4103.356	-3842.885	-4094.894	-3946.352	-3944.759	-4109.142
SCH	-4071.117	-3717.858	-4085.69	-3816.384	-4081.644	-3924.269	-3918.258	-4091.475
Log-olabilirlik	2045.1838	1874.9709	2055.6782	1927.4424	2050.4470	1978.1762	1978.3793	2058.5708
LM		8608.0816 ^a				107.9647 ^a		5.52e+04 ^a
LM (Dirençli)		5.51e+04 ^a				4.66e+04 ^a		5.52e+04 ^a
W: KOMŞU	SE UGM	TE UGM	SE UDM	TE UDM	SE UHM	TE UHM	Gen. TE UHM	GUM
Sabit		0.1791888 ^b (0.0773646)		0.8542232 ^a (0.031431)		1.047236 ^a (0.0135804)	0.9303843 ^a	
$\hat{\beta}$ (43)	0.0169523 ^a (0.0031745)	0.0152998 ^a (0.0032911)	0.0482893 ^a (0.0482893)	0.013582 ^a (0.0029544)	0.0512912 ^a (0.0041664)	-0.0036808 ^a (0.0013578)	0.0064803 (0.0050994)	0.0459422 ^a (0.0042484)
$\hat{\varphi}$ (44)	0.9116396 ^a (0.0393359)	0.8403944 ^a (0.0427592)	1.013084 ^a (0.0365341)	0.3806311 ^a (0.0360089)				-0.2493165 ^a (0.0631474)
$\hat{\gamma}$ (45)			-0.0734081 ^a (0.0062241)	-0.0359994 ^a (0.0034778)				



W: KOMŞU	SE UGM	TE UGM	SE UDM	TE UDM	SE UHM	TE UHM	Gen. TE UHM	GUM
$\hat{\tau}$ (46)					1.089369 ^a (0.0356934)	0.8277343 ^a (0.0419681)		1.128981 ^a (0.0310187)
$\hat{\tau}_1$ (47)							1.367662 ^a (0.0959222)	
$\hat{\tau}_2$ (48)							0.8712668 ^a (0.0466376)	
AIC	-4184.334	-3772.563	-4307.676	-3891.904	-4286.035	-4014.714	-4046.466	-4298.987
SCH	-4171.084	-3750.479	-4290.009	-3869.82	-4272.785	-3992.63	-4019.965	-4281.32
Log-olabilirlik	2095.1669	1891.2815	2157.8380	1950.9518	2146.0174	2012.3568	2029.2329	2153.4933
LM		1.73e+05 ^a				307.5447 ^a		5.43e+05 ^a
LM (Dirençli)		5.43e+05 ^a				3.70e+05 ^a		5.43e+05 ^a

a: $\rho < 0.01$, b: $\rho < 0.05$, c: $\rho < 0.10$. Standart hatalar parantez içinde verilmiştir. W: Ağırlık matrisi, SE: Sabit Etkiler, TE: Tesadüfî Etkiler, UGM: Uzamsal Gecikme Modeli, UDM: Uzamsal Durbin Model, UHM: Uzamsal Hata Modeli, Gen. UHM: Genelleştirilmiş Tesadüfî Etkili Uzamsal Hata Modeli, GUM: Genel Uzamsal Model.

